

Université Jendouba

---

Faculté des Sciences Juridiques, Economiques  
Et de Gestion De Jendouba

**Diplôme de Mastère**  
Banques-Finance

**Essai en finance internationale**

**Dynamique Journalière Des Contrats A Terme Sur Le  
Pétrole : Evidence Et Validation Empirique**

**Mai 2005**

**Directeur de recherches**

**Aloui Chaker**

**Candidate**

**Hmaissi Sihem**

## TABLE DES MATIERES

<b>Introduction générale.....</b>	<b>7</b>
<b>Chapitre1 : Contrats à terme : caractéristiques et modèles.....</b>	<b>10</b>
<b>d'évaluation</b>	
<b>1.Définitions et caractéristiques des contrats à terme.....</b>	<b>12</b>
1.1.Définitions des contrats à terme.....	12
1.2. Les caractéristiques des produits négociables à terme.....	13
1.2.1.Les caractéristiques liées au produit.....	14
1.2.2. Les caractéristiques liées au marché du produit.....	14
<b>2. L'évaluation des contrats à terme.....</b>	<b>16</b>
2.1. L'évaluation des contrats à terme à un seul facteur.....	16
2.2. L'évaluation des contrats à terme à deux facteurs.....	17
2.2.1. La comparaison des modèles à un seul facteurs et à deux facteurs.....	18
2.2.2. L'équation de la structure par terme.....	19
2.3. L'évaluation à trois facteurs des contrats à terme.....	21
2.4. L'évaluation à trois facteurs de la diffusion à sauts.....	22
2.5. Evaluation des contrats à terme : une revue de la littérature empirique.....	23
<b>3. Distinction entre futures et forwards.....</b>	<b>25</b>
3.1. Définition des contrats forwards.....	25
3.2. Distinction entre futures et forwards.....	25
3.3. La différence entre les prix futures et les prix forwards : l'analyse théorique d'Ingersoll, Cox et Ross.....	27
3.4. l'évaluation à trois facteurs des forwards.....	28
<b>Conclusion.....</b>	<b>30</b>
<b>Références.....</b>	<b>31</b>

<b>Chapitre2 : Estimation de la volatilité : une synthèse de la littérature.....</b>	<b>33</b>
<b>1. Quelques préliminaires.....</b>	<b>36</b>
1.1. Volatilité, écart type et risque.....	36
1.2. Définition et mesure de la volatilité.....	37
1.3. Des faits stylisés de la volatilité des marchés financiers.....	39
<b>2. Les modèles de prévision de la volatilité.....</b>	<b>40</b>
2.1. Les modèles de prévision de la volatilité se basant sur les séries temporelles .....	40
2.1.1. Les prévisions basées sur les écarts types passés.....	40
2.1.2. Les modèles de volatilité conditionnelle de la classe ARCH.....	42
2.1.3. Les modèles de la volatilité stochastique.....	45
2.2. La prévision de la volatilité basée sur les options.....	46
2.2.1. L'hypothèse de distribution.....	47
2.2.2. L'effet de la volatilité stochastique.....	48
2.2.3. La microstructure du marché et la mesure des erreurs de prévision.....	49
2.2.4. La préférence de l'investisseur au risque.....	50
2.2.5. La mesure et la prévision de la volatilité implicite.....	51
<b>3. La prévision de la volatilité.....</b>	<b>51</b>
3.1. La mesure des erreurs de prévision.....	52
3.2. La comparaison des erreurs de prévision des différents modèles.....	53
3.3. L'efficacité de la prévision basée sur la régression et le test d'orthogonalité.....	54
3.4. L'utilisation du carré des rendements comme Proxy de la volatilité actuelle.....	54
3.5. D'autres problèmes inhérents à l'évaluation des prévisions.....	56
<b>4. La volatilité basée sur des données à haute fréquence.....</b>	<b>57</b>
4.1. Définitions des estimateurs de la volatilité.....	57
4.1.1. Le processus des prix avec un terme incohérent.....	57
4.1.2. Les volatilités utilisant des données journalières.....	60
4.1.3. Les séries temporelles régulières de la volatilité.....	60
4.2. Les volatilités « tick-by-tick ».....	60
4.2.1. La volatilité Zhou.....	60
4.2.2. La volatilité Zhou avec une covariance estimée dans un échantillon large.....	61
4.2.3. La volatilité quadratique.....	62
4.2.4. Autres définitions de la volatilité instantanée.....	62

4.3. Les propriétés des estimateurs de la volatilité.....	63
4.3.1. Le processus du test de Monte Carlo.....	63
4.3.2. Test d'efficience.....	65
<b>Conclusion.....</b>	<b>67</b>
<b>Références.....</b>	<b>68</b>
<b>Chapitre3 :L'impact des annonces macroéconomiques :un essai d'investigation empirique.....</b>	<b>73</b>
<b>1.Méthodologie.....</b>	<b>74</b>
1.1. Modèle estimé : le modèle d'ajustement partiel des prix.....	74
1.2. Les hypothèses.....	75
1.3. Structure du marché et données.....	76
1.3.1. Structure du marché.....	76
1.3.2. Les données .....	76
<b>2. Résultats préliminaires.....</b>	<b>77</b>
2.1. Analyse de la série des prix de clôture des contrats à terme.....	77
2.2. Analyse des rendements.....	79
2.2.1. Analyse graphique.....	79
2.2.2. Analyse descriptive.....	80
2.2.3. Etude de la stationnarité.....	80
2.2.3.1. Test de Dickey -Fuller [1979,1981].....	81
2.2.3.2. Test de Dickey -Fuller augmenté.....	82
2.2.3.3. Test de Phillips-Perron.....	83
2.2.4. Modélisation ARMA.....	84
2.2.5. Diagnostique des résidus ARMA.....	85
2.2.6. Modélisation ARCH des rendements des contrats à terme.....	86
2.3. Analyse des variables macroéconomiques.....	88
2.3.1. Choix des variables.....	88
2.3.2. Analyse des variables.....	90
2.3.3. Analyse des rendements.....	90
2.3.3.1. Analyse graphique.....	90
2.3.3.2. Etude de la stationnarité.....	91
<b>3. Estimation du modèle et résultats.....</b>	<b>92</b>
3.1. Résultats de l'estimation.....	92

3.2. Analyse des résultats.....	92
<b>Conclusion.....</b>	<b>93</b>
<b>Annexes.....</b>	<b>94</b>
<b>Références.....</b>	<b>96</b>
<b>Conclusion générale.....</b>	<b>98</b>

## **Daily dynamics of oil futures : evidence and empirical validation**

### **Abstract**

We have tried in this study to examine the impact of macroeconomic announcements on the dynamic of petroleum futures. First, we have tried to define the characteristics of futures, as well as their evaluating models. We have been interested, therefore, on the study of financial markets volatility. In practical field, we have examined the effects of four macroeconomic variables divulgation's on Brent futures volatility relatif to the period beginning since 1994 to 2005. To reach our purpose, we have used Amihud and Mendelson partial price adjustment model. Our findings allow us to conclude that oil futures market react with a lag to macroeconomic announcements.

**JEL classification:** C22, C31, F30, F31.

**Key words:** futures, forwards, volatility, oil, macroeconomic announcements.

---

## **Dynamique journalière des contrats à terme sur le pétrole :évidence et validation empirique**

### **Résumé**

Nous avons essayé, dans ce travail de recherche d'étudier l'impact des annonces macroéconomiques sur la dynamique des contrats à terme sur le pétrole. Nous avons tenter dans un premier lieu de cerner les caractéristiques des contrats à terme ainsi que leurs modèles d'évaluation. Nous sommes intéressés ensuite, à l'étude de la volatilité des marchés financiers. Sur le plan pratique, nous avons examiné les effets de la divulgation de quatre variables macroéconomiques sur la volatilité des contrats à terme sur le Brent relatifs à la période allant de 1994 jusqu'à 2005. A fin d'aboutir à nos fins nous avons utilisé le modèle d'ajustement partiel des prix d'Amihud et Mendelson (1987). Les résultats obtenus nous ont permis de conclure que le marché des contrats à terme sur le pétrole réagit avec retard suite aux annonces macroéconomiques.

**Classification JEL :** C22, C31, F30, F31.

**Mots clés :** futures, forwards, volatilité, pétrole, annonce macroéconomique .

## **R**emerciements

**Je tiens à remercier mon directeur de recherche monsieur Aloui Chaker pour ses encouragements, les conseils et encadrement qu'il m'a accordé.**

**Je tiens aussi à remercier tous ceux qui m'ont aider de près ou de loin à achever ce travail.**

**Qu'ils trouvent ici le témoignage de ma reconnaissance.**

## **Dédicace**

**Je dédie ce travail à toute ma famille qui n'a cessé de m'encourager.**

**Ce mémoire est un simple témoignage et une modeste reconnaissance des sacrifices et soins que mes parents m'ont offert.**

**Je tiens aussi à remercier tous ceux qui m'ont aidé de près ou de loin à achever ce travail.**

## **INTRODUCTION GENERALE**

## Introduction générale

La dernière décennie a vu se développer une innovation financière qui rivalise en importance et s'écrase en amplitude n'importe quel siècle précédent . Nous parlons bien de la croissance explosive des marchés de produits dérivés dont la valeur est fortement influencée par l'évolution des actifs sous- jacents, tel est le cas des contrats à terme sur le pétrole. Ces dernières années ont connu une évolution inattendue des prix du pétrole qui a bouleversé les économies mondiales et les a poussé à réviser leurs politiques monétaires qui devraient rester vigilantes de manière à éviter les répercussions sur l'inflation. Parallèlement, leurs politiques budgétaires devraient contribuer à une plus grande transparence des marchés pétroliers. A cet égard, plusieurs facteurs ont influencé l'évolution du prix du pétrole. Ils se concentrent principalement dans la dépréciation du Dollar américain vis-à-vis de l'euro, ainsi, que l'augmentation de la demande mondiale en produits énergétiques, en plus des perturbations géopolitiques qui ne cessent de s'intensifier ( Brook ,Price , Sutherland , Westerlund , André ( 2004)).

A cet égard, plusieurs travaux se sont intéressés à l'étude de l'évolution des prix du pétrole et celle des contrats à terme. En effet, différentes études empiriques ont testé l'efficacité des marchés à terme en montrant que les prix à termes sont des prévisions non biaisées des prix au comptant . Au contraire d'autres études ont montré que les contrats à terme sur le pétrole sont des prédictors biaisés des prix futures au comptant ( Chinn, Leblanc, Coibion (2005)).

Il existe donc d'autres facteurs pouvant influencer les variations des prix des contrats à terme sur le pétrole dont nous pouvons préconiser l'annonce des variables macroéconomiques. En effet, il est bien connu que les marchés financiers sont sensibles aux informations publiquement disponibles. A ce niveau nous pouvons nous interroger : dans quelle mesure la divulgation des variables macroéconomiques influencera la dynamique journalière des contrats à terme sur le pétrole .

En se référant à la littérature théorique et empirique existante , maintes prises de réflexions ont été abordées au cours de ce travail .A la lumière des problèmes inhérents aux chocs des news on abordera trois chapitres .

Dans un premier chapitre , nous allons nous intéresser à l'étude des caractéristiques des contrats à terme ainsi que leur évaluation. Nous allons tenter également de faire une distinction entre les contrats futures et les contrats forwards .

Au deuxième chapitre nous allons essayer de faire une revue de la littérature relative à la volatilité des marchés financiers. Nous allons examiner sa définition, ses modèles d'estimation et de prévision .

Dans le troisième chapitre nous allons tenter de mener un essai de validation empirique .A cet égard, notre validation portera sur le contexte américain. L'objet étant de cerner l'impact de la divulgation de quatre variables macroéconomiques sur le dynamique des prix des contrats à terme sur le pétrole.

**CHAPITRE 1**  
**CONTRATS A TERME : CARACTERISTIQUES ET**  
**MODELES D'EVALUATION**

## Chapitre 1

### Les contrats à terme : caractéristiques et modèles d'évaluation

Les contrats à terme restent des actifs relativement connus malgré qu'ils étaient échangés depuis longtemps. Leur évaluation a fait l'objet de plusieurs études. Sundersan (1980) a proposé une solution générale d'équilibre des prix des contrats à terme dans laquelle les prix dépendent des préférences des agents économiques. Dans un modèle d'équilibre partiel Black (1976) a étudié les prix des contrats à terme afin d'obtenir la formule bien connue du coût de portage. Dans ce modèle, la seule source d'incertitude était le processus du prix spot. Lorsque la formule du coût de portage a été adaptée au prix des contrats à terme sur marchandise, le « *convenience yield* » était supposé constant.

En fait, « le *convenience yield* » d'une marchandise est le bénéfice obtenu de la détention de la marchandise spot et non pas de la détention des contrats à terme (Brennan (1990)).

Le bénéfice dépend de l'identité individuelle du stockage de la marchandise. Cependant, le prix d'équilibre des contrats à terme obtenu à partir de la compétition entre les agents potentiels de stockage de la marchandise. L'information relative aux préférences de consommations et à la technologie de production du marché de la marchandise sont conclus dans le « *convenience yield* ».

Il y a une évidence qui stipule que le *convenience yield* doit être spécifié par un processus stochastique. Fama et French (1987) ont montré que « le *convenience yield* » marginal varie saisonnièrement pour la plupart des produits agricoles.

En utilisant des données sur les contrats à terme à partir du *London Metals Exchange*, Fama et French (1988) ont montré une évidence d'un retour à la moyenne du « *convenience yield* » des métaux. Gibson et Schwartz (1990) ont stipulé qu'un « *convenience yield* » constant ne permet pas une bonne évaluation des obligations indexées sur le pétrole et ont suggéré que ce bénéfice doit être considéré explicitement dans tout modèle d'évaluation. Gibson et Schwartz (1990) ont utilisé un processus de retour à la moyenne d'un « *convenience yield* » stochastique pour évaluer numériquement les contrats à terme sur le pétrole.

Plus récemment, Miltersen et Schwartz (1998), Schwartz (1997) et Ribeiro et Hodges (2004) ont développé des modèles d'évaluation des contrats à terme sur marchandises avec des « *convenience yield* » et des taux d'intérêt stochastiques. Miltersen et Schwartz ont fourni le cadre général d'un modèle à trois facteurs utilisant la méthodologie de Heath-Jarrow-Morton

(H.J.M) (1992) et les diffusions du *convenience yield* et du taux d'intérêt dans un contexte où il y a absence d'arbitrage. Schwartz (1997) a réexaminé les modèles à un et à deux facteurs et il a développé un modèle d'équilibre à trois facteurs sous « *un convenience yield* » et des taux d'intérêt stochastiques. Ce chapitre sera consacré à l'étude des caractéristiques des contrats à terme ainsi qu'à leurs modèles d'évaluation. On essaiera en outre de cerner les différences entre les contrats *futures* et les contrats *forward*. Nous allons nous intéresser dans ce qui suit aux caractéristiques des contrats à terme qui feront l'objet de la première section. La deuxième section sera consacrée à l'étude des modèles d'évaluation des contrats à terme. La dernière section s'intéressera à faire la distinction entre les contrats *futures* et les contrats *forward*.

## **1 . Définitions et caractéristiques des contrats à terme**

Les contrats à terme ou encore *futures* présentent certaines spécificités quant à leurs caractéristiques ou leur mécanismes d'investissement. Plusieurs études ont été consacrées à leurs modèles d'évaluation dont les plus connus sont ceux qui se basent sur le « *convenience yield* » et qui se distinguent des modèles d'évaluation des contrats *forward*. Ces derniers présentent des caractéristiques différentes de celles des contrats *futures*.

### **1.1. Définitions des contrats à terme**

Les contrats à terme ou encore « *futures* » sont des engagements fermes et définitifs de vendre ou d'acheter à une date spécifiée, des actifs sous-jacents présentant des caractéristiques rigoureusement précisées par le contrat : en terme de lieu de livraison, qualité et quantité de l'actif sous-jacent, à un prix déterminé le jour où le contrat a été négocié (Meulibreok.L1992 p.3). Ces contrats à terme sont négociés sur des marchés organisés dotés d'une chambre de compensation : organisme qui assure la sécurisation des marchés à terme. Sur ces marchés, tout contrat acheté ou vendu se dénoue au plus tard à l'échéance. L'originalité de ses marchés est de prévoir deux dénouements possibles : la livraison effective ou la compensation. La manière qui paraît la plus simple est de remplir les obligations du contrat en livrant l'actif sous-jacent. Cette méthode est en fait peu pratiquée. C'est une opération lourde et assez coûteuse mais elle est indispensable car elle établit un lien entre le marché au comptant et le marché à terme. Elle permet aux cours sur le marché au comptant et sur le marché à terme d'évoluer dans le même sens ; facilitant ainsi les opérations de couverture. Si le prix au comptant et à terme divergeaient, des arbitrages entre le prix des actifs sous-jacents et celui des contrats seraient immédiatement entrepris et auraient pour conséquences de rétablir l'égalité entre les deux prix. Dans la quasi-totalité des cas, le dénouement d'un contrat

à terme se réalise par une compensation de l'opération initiale. Pour ce faire, l'opérateur qui détient une position vendeuse sur le marché au comptant et ce pour une échéance bien déterminée achète des contrats pour la même échéance. De la même façon, l'opérateur qui détient une position acheteuse sur le marché des actifs vend pour la même échéance des contrats à terme. Cette manière d'exécuter les obligations initialement définies et précisées est la grande originalité des marchés à terme qui permettent d'effectuer plusieurs opérations sans pour autant devoir intervenir sur le marché au comptant. Les contrats à terme restent des actifs relativement connus malgré qu'ils étaient échangés aux Etats-Unis pendant presque un siècle et plus ce que ceci sur d'autres places financières. Ceci peut être dû à la différence qui existe entre les contrats à terme et les autres actifs financiers. Parmi ces différences, nous pouvons évoquer le fait que les contrats à terme sur marchandises sont des dérivés de sécurité, ils n'exigent pas des coopérations de longues durées et ils ont des exigences courtes en maturités concernent les actifs réels.

La fonction économique des actifs financiers telles que les actions et les obligations, qui sont des dettes, est d'augmenter les ressources externes de la firme les investisseurs prennent le risque résultant de la baisse des cash-flows de la firme qui peut se produire lors de certaines périodes telle que celle la de la récession. La valeur de ces actifs financiers dépend des décisions des gestionnaires. Ces derniers sont compensés du risque qu'ils prennent. Les contrats à terme sur commodités sont totalement différents : ils n'augmentent pas les ressources d'investissement de la firme mais ils procurent à la firme l'assurance concernant la valeur de leurs out puts (ou imputs). Les investisseurs des contrats à terme reçoivent une compensation étant donné qu'ils ont pris le risque de fluctuation des prix des marchandises sur période relativement courte. Ainsi, un contrat à terme est un accord d'acheter (ou de vendre une quantité spécifique des marchandises à une date future, à un prix fixé lors de l'élaboration du contrat : c'est le prix du contrat ( Gorton et Rouwen Horst (2004)). L'analyse des caractéristiques des contrats à terme nous invite en fait à parler des caractéristiques des actifs sous-jacents.

## **1.2. Les caractéristiques des produits négociables à terme**

Certains produits ne nécessitent pas un marché à terme, d'autres éprouvent cette nécessité. A ce niveau, il devient très important de présenter les caractéristiques liées aux produits pouvant faire l'objet d'un échange à terme.

### **1.2.1. Les caractéristiques liées au produit**

Le produit doit être relativement homogène. Du fait que les transactions à terme se font sur une qualité standard, l'efficacité des opérations de couverture dépend des écarts de qualité minimales. En outre, le prix du contrat à terme ne peut être un indicateur représentatif que s'il s'applique à une qualité proche de l'ensemble des biens produits (Pennings, Leuthod (2001)). Les différentes unités d'un bien ayant une certaine qualité doivent être interchangeables entre elles. Des techniques sûres incontestables doivent permettre d'évaluer la qualité du produit. Le produit doit être graduable et mesurable facilement. Le produit doit également être stockable sans trop de difficulté, cette condition est facultative, en fait elle n'est pas toujours obligatoire. Les caractéristiques du marché du produit, elles aussi ne manquent pas d'importance dans la détermination des produits négociables à terme.

### **1.2.2 Les caractéristiques du marché du produit**

Parmi les spécificités pouvant caractériser le produit objet d'un échange à terme est celle qui exige un marché physique important. En effet, le volume de transaction du produit négociable à terme doit être suffisant pour éviter un marché à terme trop étroit et non concurrentiel. De plus, les commissions sont d'autant plus élevées que le marché est étroit et non liquide (Grossman, Miller (1988)). En outre, le marché du produit ne doit pas être trop réglementé, pour qu'il puisse se former librement un prix unique, sans intervention ni contrôle de l'Etat et en dehors de toute situation monopolistique. Ce prix doit être très fluctuant, et ses variations doivent être imprévisibles sinon la raison d'être des marchés à terme disparaîtra. En fait, pour mieux appréhender les marchés à terme certaines notions de base doivent être définies et précisées, ceci fera l'objet du paragraphe suivant.

### **1.3. Les mécanismes d'investissement dans les contrats à terme**

Le prix d'un contrat à terme est différent de sa valeur. Après l'élaboration d'un contrat à terme, aucun échange au comptant n'aura lieu entre l'acheteur et le vendeur, ainsi la valeur du contrat sera nulle. Comment est alors déterminé le prix du contrat à terme. Nous allons discuter l'alternative suivante relative aux contrats à terme sur commodités : nous attendons tout simplement puis nous achetons la marchandise. Le contrat à terme est une méthode de transaction future car le prix comptant futur est inconnu aujourd'hui. Pour déterminer le prix d'équilibre du contrat à terme, les participants aux marchés vont comparer le prix courant des contrats à terme au prix spot qui peut être anticipé auparavant en tenant compte de la maturité du contrat à terme. Ceci nous conduit d'évoquer l'arbitrage entre le marché à terme et le

marche au comptant. En fait, ce principe stipule que deux actifs présentant des caractéristiques identiques doivent se négocier au même prix. Si ce principe n'était pas vérifié, il serait possible pour un opérateur de vendre l'actif le plus cher, d'acheter simultanément l'actif le moins cher et de réaliser ainsi un profit sans risque (Robinstein(1987)). Cette opportunité est toutefois rare puisque l'arbitragiste augmente le prix de l'actif sous évalué qu'il achète et abaisse le prix de l'actif surévalué qu'il vend, ce qui tend à rétablir la relation de parité entre les deux prix. Il est possible d'analyser avec précision les relations entre le prix au comptant et le prix à terme qui donnent lieu soit à une opération de *cash and carry* ou une opération reverse *cash and carry*. L'arbitrage *cash and carry* comme son nom l'indique, consiste à acheter avec des espèces l'actif le moins cher et le « porter » tout en vendant l'actif le plus cher .prenant l'exemple d'un contrat à terme qui se négocie à un prix supérieur au prix théorique d'équilibre, dans ce cas les arbitragistes vendent ce contrat, et ils achètent simultanément l'actif sous jacent qui sera conservé pour être livré à l'échéance. Cette opération garantie un profit d'arbitrage sans risque.

L'arbitrage reverse *cash and carry* quand à lui, il consiste à acheter le contrat supposé être négocié à un prix au dessous du prix théorique tout en vendant l'actif support, le prix de vente sera placé. Ces opérations d'arbitrage induisent des pressions à la hausse ou à la baisse sur le prix au comptant (*spot price*) et à la baisse ou à la hausse sur le prix à terme (*futures price*) jusqu'à ce que le prix théorique d'équilibre (*fair price*), soit atteint.

Il ressort du paragraphe précédent que le produit à terme peut être supérieur au prix au comptant ceci nous invite en fait de parler des notions de report et de déport ainsi que la notion de base. Lorsque le prix des contrats à terme est supérieur au prix au comptant on parle alors de report et lorsqu'il lui est inférieur on parle de déport. Le report et le déport constituent ce que les opérateurs sur les marchés appellent la base. Cette dernière se définit comme l'écart entre le prix du contrat à terme et le prix au comptant de l'actif support de ce dernier. Les autorités de contrôle des marchés à terme ou la chambre de compensation imposent un éventuel versement d'appel de marge dont le montant est déterminé par le sens et l'ampleur de la variation des cours(Chtrath,Adrangi,Allender(2001)p.7).

Le mécanisme est relativement simple. A la clôture de chaque bourse, le prix de compensation est comparé à celui de la veille. Si le prix a baissé, l'opérateur détenant une position acheteuse doit verser à sa contrepartie qui détient une position vendeuse une somme correspondant à la perte potentielle due à la baisse des cours (Chang (2004)).

Inversement, si le prix a augmenté depuis la veille, c'est l'opérateur détenant une position vendeuse qui doit verser à sa contrepartie (en fait à la chambre de compensation) le montant

de la perte potentielle. Comme guise de conclusion, nous pouvons dire que les appels de marge appelés par la chambre de compensation représentent les pertes potentielles de l'opérateur, ceux qui sont reçus (appelés encore restitution de marge) représentent des profits potentiels.

## 2. L'évaluation des contrats à terme

Miltersen et Schwartz (1998), Schwartz (1997) et Ribeiro et Hodges (2004) ont développé des modèles d'évaluation des contrats à terme sur marchandises avec des « *convenience yield* » et des taux d'intérêt stochastiques. Miltersen et Schwartz ont fourni le cadre général d'un modèle à trois facteurs utilisant la méthodologie de Heath-Jarrow-Morton (H.J.M) (1992) et les diffusions du *convenience yield* et du taux d'intérêt dans un contexte où il y a absence d'arbitrage.

### 2.1. L'évaluation des contrats à terme à un seul facteur

L'approche usuelle d'évaluation des dérivés sur marchandises repose sur les hypothèses suivantes :

H-1 : L'échange prend place continuellement dans le temps.

H-2 : Absence des coûts de transaction, des taxes, des restrictions de vente à court terme.

H-3 : Les dynamiques du prix spot des marchandises sont données par l'équation stochastique différentielle suivante :

$$\frac{dS}{S} = \mu dt + \sigma_s dZ_s \quad (1.1)$$

Le taux de croissance anticipé du prix de la marchandise dans un monde neutre au risque est,  $\mu - \lambda_s$  où  $\lambda_s$  est le prix du marché donné au risque relatif au prix de la marchandise.

Puisque cette dernière se comporte comme un actif échangé et qui fournit un rendement égale à  $\delta$ , le taux de croissance anticipé du prix de la marchandise dans un monde neutre au risque est aussi donné par  $r - \delta$ . En outre,  $\mu - \lambda_s \sigma = r - \delta$  tel qu'il a été expliqué par Hull (1993).

Ainsi le processus neutre au risque se présente ainsi :

$$\frac{d\hat{S}}{S} = (r - \delta)dt + \sigma_s dZ_s \quad (1.2)$$

Où,  $\sigma_s^2$  est la variance des changements proportionnels,  $\mu$  indique le taux anticipé des changements des prix,  $dZ_s$ , est l'augmentation selon un processus Wiener standard, défini comme étant le *convenience yield* moins les coûts du stockage physique.

H.4 : Le taux marginal net du *convenience yield* est constant.

H.5 : Le taux d'intérêt sur les titres est une constante,  $r$ .

En se basant sur la diffusion de l'équation (1.1) ; Black (1976) a étudié les prix des *futures* à fin d'obtenir la formule bien connue à un seul facteur du coût de portage. Lorsque l'actif est une commodité spot, la solution pour le prix futures  $F(S_t, t, T)$  et le prix forward  $J(S_t, t, T)$  est :

$$F(S_t, t, T) = J(S_t, t, T) = S_t e^{(r-\delta)\tau} \quad (1.3)$$

Où,  $\tau = T - t$  est le temps à l'échéance du contrat.

Sous l'hypothèse des taux d'intérêt constants, et comme il a été mentionné précédemment, le prix des *futures* est égal au prix *forward*.

## 2.2. L'évaluation des contrats à terme à deux facteurs

Le modèle précédent s'étend à un monde avec un « *convenience yield* » stochastique en remplaçant l'hypothèse H.4 par H.4'.

H.4' : le taux marginal net du *convenience yield* suit un processus de retour à la moyenne, qui est un processus approprié puisque *le convenience yield* net peut devenir négatif.

$$d\delta = K_c(\alpha - \delta)dt + \sigma_c dz_c \quad (1.4)$$

Où,  $K_c$  est la vitesse d'ajustement,  $\alpha$  le rendement moyen de long terme. En outre, on pose :  $\text{cov}(dZ_s, dZ_c) = \rho_{sc} dt$  où  $\rho_{sc}$  indique le coefficient de corrélation. La variance du changement du taux marginal net du *convenience yield* est  $\sigma_s^2$ . En utilisant une approche similaire à celle de Hull et White (1987) et Scott (1997) un portefeuille, en absence d'arbitrage, est construit en incluant des contrats *futures* de maturités différentes et une commodité spot.

Hull et white et Scoll évaluent les options avec un modèle à deux facteurs dans lequel l'une des variables sous jacentes ; la volatilité du prix de l'actif, est une variable non négociée. Ainsi le modèle ici est similaire à celui de Hull et White et Scott puisque le *convenience Yieled* n'est pas lui aussi négocié.

Cette approche aboutit à l'équation différentielle du prix des *futures* suivante (Gibson et Schwartz (1990 b) :

$$\frac{1}{2} F_{ss} S^2 \sigma_s^2 + \frac{1}{2} F_{\delta\delta} \sigma_c^2 + F_{s\delta} S \rho_{sc} \sigma_s \sigma_c + F_s S (r - \delta) + F_\delta (K_c (\alpha - \delta) - \lambda_c \delta_c) - F_\tau = 0 \quad (1.5)$$

Avec la condition restrictive suivante :

$$F(S, \delta, 0) = S \quad (1.6)$$

Puisque le *convenience yielded* n'est pas négocié, l'équation (1.5) dépend des préférences de l'investisseur au risque, qui sont incluses dans le prix du marché relatif au risque du *convenience yield*,  $\lambda_c$ . Pour aboutir à une solution une exposition du théorème de Feynman-Kac est exigée, pour cette extension, le prix du marché relatif au risque est supposé constant. La solution de Feynman-Kac pour le prix des *futures*  $F(t,T)$  et le prix du *forward* se présente comme suit :

$$F(t,T) = J(t,T) = \mathbb{E}_t(S_t) \quad (1.7)$$

où la prévision est calculée avec le respect du processus neutre au risque :

$$d\hat{s} = S(r - \delta)dt + S\sigma_s dz_s \quad (1.8)$$

$$\text{Et } d\hat{\delta} = [K_c(\alpha - \delta) - \lambda_c \sigma_c]dt + \sigma_c dz_c \quad (1.9)$$

Notons que le mouvement de processus spot,  $S_\mu$  a été remplacé par  $S(r - \delta)$ , le coefficient de  $F_s$  dans l'équation partiellement différentiable. Similairement, le mouvement des processus du *convenience yield* a été remplacé par  $[K_c(\alpha - \delta) - \lambda_c \sigma_c]$ ; le coefficient de  $F_\delta$  dans l'équation partiellement différentiable. Ces coefficients, définissent « le risque ajusté » du processus neutre au risque.

Les prix théoriques à deux facteurs des futures et des forwards dépendent du niveau courant du *prix spot*;  $S_t$ , le niveau courant du *convenience yield*;  $\delta_t$ , le temps à la maturité, les paramètres du processus joint et le prix d'une obligation à coupon 0 avec une échéance T, et un prix  $P(t, T)$ .

La solution du prix *futures* et du prix *forward* est donnée par;

$$F(S_t, \delta_t, t, T) = J(S_T, t, T) = S_t A(\tau) e^{-H_c(\tau)\delta_t} \frac{1}{P(t, T)} \quad (1.10)$$

$$A(\tau) = \exp \left[ \frac{(H_c - \tau)(K_c^2 \alpha - K_c \lambda_c \sigma_c - \sigma_c^2 / 2 + \ell_{sc} \sigma_x \sigma_s s \sigma_c K_c - \frac{\sigma_c^{22} H_c^2}{4Kc})}{K_c^2} \right]$$

$$H_c(\tau) = \frac{1 - e^{-K_c \tau}}{K_c}$$

### 2.2.1. La comparaison des modèles à un seul facteur et à deux facteurs

Les prix théoriques à un seul facteur des contrats à terme sont calculés par le modèle à un seul facteur du coût de portage indiqué dans l'équation (1.3), où le taux courant du *convenience yield* est fixé à partir de la durée de vie du contrat *futures*. Les prix du *futures* à deux facteurs sont calculés par l'équation (1.10). Les différences entre ces deux modèles se récapitulent en

trois points. Le niveau initial du *convenience yield* est limité à la valeur moyenne de long terme, relativement à ces points les deux modèles ne sont pas significativement différents.

Si,  $\delta_t$  s'écarte de la moyenne de long terme, la différence des prix des deux modèles augmente. Lorsque la vitesse d'ajustement  $K_c$  augmente, la différence des prix des deux modèles accroît à son tour. Ceci est dû au fait qu'avec une vitesse d'ajustement élevée le *convenience yield* retourne à son niveau bas de long terme plus rapidement alors que pour le modèle à un seul facteur, *convenience yield* est maintenu à un niveau élevé durant toute la durée de vie du contrat. En outre, plus élevée est la vitesse d'ajustement, plus élevée serait le prix des *futures* à deux facteurs et plus grande serait la différence des prix entre les deux modèles.

Plus long serait le temps à l'échéance, plus grande serait la différence des prix entre les deux modèles. L'effet d'une maturité longue est similaire à une vitesse d'ajustement élevée puisque, dans les deux cas, la moyenne de *convenience yield* durant la vie du contrat décroît induisant une décroissance du prix de ce dernier. En résumé, nous notons que la différence des prix entre les deux modèles augmente comme le temps à la maturité s'accroît et la vitesse d'ajustement des augmentations et la dérivation du *convenience yield* de sa valeur moyenne de long terme augmentent aussi.

### 2.2.2. L'équation de la structure par terme

Les définitions suivantes sont utilisées pour extraire la structure par terme du *convenience yield*.  $CC(t, T) = R(t, T) - \Delta(t, T)$  est le taux spot du coût de portage à la date (t) impliquée par un contrat future échéant à la date (T). Il est le revenu provenant de l'achat de la marchandise spot échéant à la date (t), et de la vente d'un contrat futures équivalent avec un échéance (T).  $R(t, T)$  est le taux d'intérêt spot impliqué par une obligation sans risque échéant à la date (T).

$\Delta(t, T)$  est le taux spot du *convenience yield* à la date (t) impliqué par un contrat *futures* échéant à la date T est donné par :

$$CC(t, T) = R(t, T) - \Delta(t, T) = \frac{1}{T-1} \left[ \frac{F(t, T)}{S(t)} \right] \quad (1.11)$$

Le taux d'intérêt *spot* du coût de portage à la date (t) pour des maturités différentes (T) des contrats futures définit la structure par terme du coût de portage. L'équation de la structure par terme du *convenience yield* est obtenue en utilisant le prix du futures de l'équation (1.10) dans (1.11) et résolvant pour  $\delta_t$ , on obtient ;

$$\Delta(t,T) = \frac{\left( T-t-H_c(t,T)K_c^2 - K_c\lambda_{c-} \frac{\sigma_c^2}{2} + \ell_{sc}\sigma_s\sigma_c K_c \right)}{K_c^2(t-T)} + \frac{\sigma_c^2 H_c(t,T)}{4K_c(t,T)} ; \quad (1.12)$$

$$+ \frac{H_c(t,T\delta_t)}{(T-t)}, T)t$$

$$\text{ou } H_c(\tau) = \frac{1-e^{-K_c\tau}}{K_c}$$

La courbe du rendement débute par le niveau courant du convenience yield ( $\Delta(r,t) = \delta_t$ ) et fournit le convenience yield spot pour les différentes maturités (T) des *futures*. Le taux *forward* instantané du *convenience yield* à la date (t) pour les contrats échéances à la date (T),  $\delta_t(r,t)$  est défini par l'équation :

$$\Delta(t,T) = \frac{1}{T-t} \int_t^T \delta(t,s) ds, \quad (1.13)$$

et sous la forme explicite pour le taux *forward* ;

$$\delta(t,T) = \frac{J[(T-t)\Delta(t,T)]}{dT} \quad (1.14)$$

### 2.3. L'évaluation à trois facteurs des contrats à terme

Dans ce paragraphe on va examiner l'effet des taux d'intérêts stochastiques sur le prix des futures. Les hypothèses H.1, H.2, H.3, H.4' sont retenues. Pour plus de souplesse, le processus du taux d'intérêt en A.5 est remplacé par H.5'.

H.5': le taux d'intérêt spot r suit un processus stochastique neutre au risque :

$$d\hat{r}(V) = \left( f_v(t,v) + K_r f(t,v) + \frac{\sigma_r^2}{2K_r} (1 - e^{-2k_r(v-t)}) - K_r r(v) dt \right) + \sigma_r dZ_r \quad (1.15)$$

Le processus de Markov dans l'équation (1.15) est un cas spécifique des processus de la famille (HJM). Il est libre des préférences et dépend seulement de deux paramètres ( $K_r$ ) et ( $\sigma_r$ ). L'écart type à la date (t) de la maturité (v) du taux forward est  $\sigma_r e^{K_r(v-t)}$ . Le modèle dépend aussi de la structure initiale des taux d'intérêt. Le terme  $f(t,v)$  correspond au taux forward instantané à la date (t) pour la date v)  $f_v(t,v) = \frac{df(t,v)}{dv}$  (Ritchken et Karasubramanian (1995)).

L'équation partiellement différentiable (PDF) pour les prix des *futures* est semblable à celle des prix *forwards*, excepté le fait que le côté droit reporté est zéro. La solution de Feynman-Kac pour les prix futures se présente de la manière suivante :

$$F(t, T) = \mathbb{E}_t(S_T), \quad (1.16)$$

Où la prévision est faite tout en respectant le processus neutre au risque pour le prix *spot*, le *convenience yield* et le taux d'intérêt donnés par l'équation (1.8) (1.9) et (1.15) respectivement.

Le prix à trois facteurs des *futures* est donné par :

$$F(S_t, \delta_t, t, T) = S_t A(\tau) D_1(\tau) D_2(\tau) D_3(\tau) e^{-H_c(\tau)\delta_t} \frac{1}{P(t, T)}, \quad (1.17)$$

$$\text{ou } A(\tau) = \exp \left[ \frac{(H_c - \tau) \left( K_c^2 \alpha - K_c \lambda_c \sigma_c - \frac{\sigma_c^2}{2} + \ell_{sc} \sigma_s \sigma_c K_c \right)}{K_c^2} - \frac{\sigma_c^2 H_c^2}{4 K_c} \right]$$

$$D_1(\tau) = \exp \left[ \frac{\sigma_c \sigma_r \ell_{sc}}{K_c + K_r} \left( \frac{H_r - \tau}{K_r} + \frac{H_c - \tau}{K_c} + H_r H_c \right) \right],$$

$$D_2(\tau) = \exp \left[ \frac{\ell_{sc} \sigma_s \sigma_r}{K_r} (\tau - H_r) \right],$$

$$D_3(\tau) = \exp \left[ -(H_r - \tau) \frac{\sigma_r^2}{K_r^2} - \frac{\sigma_r^2 H_r^2}{2 K_r} \right],$$

$$H_c(\tau) = \frac{1 - e^{-K_c \tau}}{K_c}, \quad H_r(\tau) = \frac{1 - e^{-K_r \tau}}{K_r}$$

L'équation (1.17) à trois facteurs est réduite à l'équation (1.10) à deux facteurs. Lorsque  $D_1(\tau) = D_2(\tau) = D_3(\tau) = 1$ . Le terme  $D_1(\tau)$  est une prime sur les prix *futures* due à la corrélation entre les taux d'intérêt et les *convenience yield*. Le terme  $D_2(\tau)$  est une prime de risque due à la corrélation entre le prix *spot* et les taux d'intérêt.  $D_3(\tau)$  est une autre prime sur la volatilité des taux d'intérêts. En fait, la solution à trois facteurs de Schwartz (1997), qui utilise le processus de Vasicek (1977) pour les taux d'intérêt, est obtenue en substituant la formule de valorisation des obligations  $P(r, t)$  dans l'équation (1.17).

## 2.4. L'évaluation à trois facteurs de la diffusion à sauts

Cette section évalue les contrats *futures*, en permettant au modèle à trois facteurs de la section précédente d'inclure des augmentations dans le processus du prix spot. Les hypothèses H.1, H.2, H.4' et H.5'' sont retenues et le hypothèse H. 3 est remplacée par H.3'.

H.3': les prix spot sont supposés obéir au processus de diffusion à saut neutre au risque suivant :

$$\frac{d\hat{S}}{S^*} = [r - \delta - \lambda^* K^*] dt + \sigma_s dZ_s + K^* dq^* \quad (1.18)$$

Avec  $\sigma_s$ , est la variance conditionnelle instantanée sans augmentation,  $K^*$  est le pourcentage de l'augmentation conditionnelle aléatoire neutre au risque à travers la réalisation d'un événement distribué selon la processus de Poisson et où  $(1 + K^*)$  a une distribution log-normal :  $\text{Ln}(1 + K^*) \sim N(\text{Ln}(1 + K^*) - 0,5w^2, w^2)$ ,  $E(K^*) \equiv K^*$ . La fréquence ajustée au risque des événements de Poisson est  $\lambda^*$  et  $q^*$ , est l'inverse du processus de Poisson avec une intensité  $\lambda^*$  :  $\text{Prob}(dq^*=1) = \lambda^* dt$  et la  $\text{Prob}(dq^*=0) = 1 - \lambda^* dt$ . Le processus est similaire au mouvement géométrique Brownien la plupart du temps, excepté lorsque les prix augmentent discrètement par un pourcentage aléatoire, en moyenne,  $\lambda^*$  fois par période. Les paramètres  $\delta_s$  et  $w$  sont les mêmes pour le processus actuel ou le processus neutre au risque sous les hypothèse de Bates (1991). Les variables de variations aléatoires sont deux par deux non corrélées, c'est à dire,  $\text{cov}(dZ_s, K^*) = 0$ ,  $\text{cov}(dZ_c, dq^*) = \text{cov}(dZ_c, K^*) = 0$ , et  $\text{cov}(dZ_r, dq^*) = \text{cov}(dZ_r, K^*) = 0$

Les sauts dans le modèle induisent des changements brusques dans le prix *spot* à cause des chocs sur l'offre et la demande dans le marché des marchandises. Par exemple, les chocs sur la demande sont bien connus sur les marchandises énergétiques utilisées pour le chauffage; des informations relatives à un climat froid induisent une augmentation des prix et le cas contraire est vrai. Les sauts dans le prix spot peuvent conduire à des distributions du prix *spot* et des prix futures qui ont un degré de souplesse et de Kurtosis différent de ceux qui ont des distributions log-normales. Ces distributions peuvent donner des valeurs des options qui sont différentes considérablement de celles obtenues avec une hypothèse de mouvement géométrique Brownien. Les solutions pour les *futures* et les *forwards* sont les mêmes que ceux avec un composant d'accroissement ajouté au processus de diffusion. Ceci découle du fait que ;

$$\mathbb{E}(S_T^*) = \mathbb{E}(S_T) \text{ et } \mathbb{E}\left(e^{-\int_t^T r(s)ds} S_T^*\right) = \mathbb{E}\left[\left(e^{-\int_t^T r(s)ds} S_T\right)\right] \quad (1.19)$$

Où  $S_t$  est le prix spot final donné par la diffusion de l'équation (1.8) et  $S_t^*$  le prix spot final donné par le processus de diffusion à saut (1.18). Les égalités dans (1.19) peuvent être vérifiées en substituant pour  $S_t$  par  $S_t^*$  et notons que les termes avec des composants de saut s'excluent grâce aux hypothèses d'indépendance dans H.3' et puisque  $\mathbb{E}[K^* dq^*] = \overline{K^*} \lambda^*$ . Les résultats précédents sont obtenus car les prix *futures* et *forward* sont évalués comme des anticipations durant la distribution entière des prix *spot*. La réalisation des sauts cause une distribution des prix spot ayant un kurtosis et plus souple que la distribution lognormale, et qui n'affecte pas l'anticipation neutre au risque.

## 2.5. Evaluation des contrats à terme: une revue de la littérature empirique

Le modèle du *convenience yield* stochastique peut être utilisé pour valoriser les actifs financiers et réels. Gibson et Schwartz (1990 b) ont indiqué qu'il y a un grand nombre d'actifs réels de long-terme relié aux marchandises si l'évaluation peut être faite dans une étude contingente. Ils se sont intéressés au pétrole comme actif sous jacent, ils ont suggéré que des applications possibles du modèle incluant l'évaluation des réserves de pétrole, des baux de pétrole, et des décisions d'extraction des champs de pétrole. Gibson et Schwartz ont appliqué la *convenience yield* stochastique pour déterminer la valeur présente d'un baril du pétrole brut qui va être délivré dans le futur. Ils ont déterminé le prix approprié,  $B(t, T)$  en résolvant numériquement l'équation partiellement différentiable comme l'équation (1.16) ou le taux à court terme,  $(r)$ , est supposé fixe.

Au contraire d'un contrat *forward*, le  $B(t, T)$  est le prix payé à la date  $(t)$  pour le pétrole délivré à la date  $(T)$ ;  $T > t$ . Ainsi la valeur de ce terme est égale à la valeur discontinue du prix forward. La solution de ce terme dans le modèle à trois facteurs du prix forward est le suivant :

$$\beta(S_t, \delta_t, T) = J(S_t, \delta_t, t, T) = S_t A(\tau) e^{-H_c(\tau)\delta_t} \quad (1.20)$$

Où  $J(S_t, \delta_t, t, T)$  est le prix *forward* et  $P(t, T)$  est le prix d'une obligation à coupon-zéro de maturité  $(T)$ . La valeur de ce terme est le même dans les modèles à deux ou à trois facteurs. Cette solution peut être vérifiée techniquement mais elle ressort aussi de la loi d'un seul prix c'est à dire on reçoit le même actif à  $(T)$  si on paye le prix spot ( $B$ ) aujourd'hui ou si on fait un contrat forward et on investit ( $JP$ ) à un taux sans risque pour garantir le paiement *forward* à la date  $T$ . L'équation (1.19) peut être utilisée pour valoriser des contrats de long-terme avec

une livraison à des points de temps différents en considérant  $\tau = \tau_i, i = 1, 2, 3 \dots$ . Dans ce contexte, l'exemple suggère d'autres applications dans la budgétisation du capital lorsque un investissement est fait maintenant pour des cash-flows futurs reliés au prix d'un actif réel. Les prix sont calculés analytiquement à partir de la valeur discontinue de l'équation (1.3) du modèle à un seul facteur, de l'équation (1.19) du modèle à trois (deux) facteurs, Gibson et Schwartz ont utilisé une technique numérique. Pour les deux premières dates d'observations (7/6/84 et 3/21/86) le taux la *convenience yield* initial ( $\delta$ ) est moins élevé que la valeur moyenne de long-terme ( $\alpha$ ). Dans ce cas, le modèle à un seul facteur sur évalue radicalement le pétrole. Ceci se produit car, en utilisant le modèle à un seul facteur, le *convenience yield* est supposé être constant à sa valeur initiale. Puisque le prix des futures est une fonction décroissante du taux du *convenience yield*. Dans le modèle à deux facteurs, ce dernier augmente suivant sa valeur moyenne de long-terme durant la durée de vie du contrat et le prix des futures est plus faible que le *convenience yield* s'il est gardé à un niveau initial bas. Notons aussi que plus long est le temps à la maturité, plus grand serait l'erreur de valorisation à un seul facteur. Dans la dernière date d'observation (5/23/89), le niveau initial du *convenience yield* est plus élevé que la valeur moyenne de long-terme et dans ce cas, le modèle à un seul facteur sous évalue le pétrole.

Dans cette partie nous avons étudié la manière selon laquelle le prix des futures sur marchandises, *forward* et futures sur options sont affectés par le *convenience yield*, les taux d'intérêt stochastiques, et les accroissements dans le processus du prix spot. Cette analyse suggère que le modèle du *convenience yield* déterministe peut conduire à des prix des futures significativement différents relativement à ceux obtenus par un modèle avec un *convenience yield* stochastique. Les variables importantes dans la détermination des prix des futures sont le niveau initial du *convenience yield*, la vitesse d'ajustement de ce dernier et le temps à la maturité. Il n'apparaît pas qu'il y a des différences significatives entre les modèles à un et à deux facteurs lorsque le taux du *convenience yield* initial est égale au taux moyen de long-terme ( $\alpha$ ). Cependant, le modèle à un facteur est clairement inapproprié lorsque il y a des conditions anormales dans le marché des commodités durant la durée de vie du contrat, par exemple, lorsque le *convenience yield* est plus élevé ou moins élevé que sa moyenne de long-terme.

L'hypothèse des taux d'intérêt stochastiques (le modèle à trois facteurs) conduit à des prix des futures différents relativement à ceux obtenus par le modèle à deux facteurs du *convenience yield* stochastique. La différence entre le modèle à deux et à trois facteurs des prix futures

dépend de la validité du processus du taux d'intérêt, la corrélation entre le prix spot et le taux d'intérêt et la corrélation entre le *convenience yield* et le taux d'intérêt. Cependant, le prix *forward* n'est pas affecté par l'ajout des taux d'intérêt stochastiques en absence d'arbitrage au modèle à deux facteurs du *convenience yield*. L'hypothèse des accroissements dans le processus du prix spot n'affecte pas les prix *forward* ou *futures* mais peut influencer largement l'évaluation des options. Ceci se produit car les prix des *futures* et *forward* sont obtenus comme étant des anticipations durant la distribution entière de l'actif sous-jacent. En outre, la souplesse et le Kurtosis ne suivant pas une distribution normale n'affectent pas les prix des futures ou des *forwards*. L'analyse suggère que les prix théorique des dérivés dépendent des prix spot, incluant les contrats *futures*, les contrats *forwards*, et les options, sont largement dépendants de la structure par terme du *convenience yield*. En outre, une étude de cette structure par terme est un pré-requis important, pour obtenir des modèles d'évaluation plus fiables pour les études contingentes des marchandises.

### **3. Distinction entre futures et forward**

#### **3.1. Définition des contrats forward**

L'histoire des marchés financiers montre que les premiers instruments dérivés étaient négociés sur le marché de gré à gré. Il s'agissait de transactions sur le change réalisé grâce à des instruments que nous appelons des contrats forward. En fait, les professionnels qui avaient acquis une bonne maîtrise des produits négociés dans les bourses dotées d'une chambre de compensation ont voulu remédier aux inconvénients de ces marchés, tel que la standardisation qui empêche l'adéquation entre les contrats établis et les besoins des différents intervenants, tout en gardant les principaux avantages. Ils se sont alors tournés vers les banques pour obtenir une gestion personnalisée de leurs risques. Ceci explique l'essor depuis 1985 des marchés de gré à gré et la nouvelle orientation des marchés dérivés.

#### **3.2 Distinction entre futures et forward**

Les transactions prévoyant une livraison différée de l'actif négocié (*forward transactions*) ne sont pas assimilables aux transactions sur les marchés de contrats à terme. En effet, elles présentent plusieurs différences fondamentales (Meulibreok (1992)). Les contrats *forward* sont des contrats non standardisés. Ils sont spécifiques quant au volume échangé, aux modalités de livraison et de paiement, à la qualité des actifs négociés et à l'échéance de la livraison.

A la différence des contrats *forward*, les contrats futurs sont standardisés. La standardisation concerne le volume, la qualité et les spécificités de l'actif servant de sous-jacents. Elle

concerne également les échéances et les modalités de dénouement des contrats en cas de livraison de l'actif support. Une autre différence entre contrat *forward* et *futures* apparaît au niveau du dénouement de la livraison. En effet, le dénouement par livraison effectué de l'actif sous-jacent est une règle généralement appliquée sur les marchés *forward*.

En revanche, sur les marchés organisés, la livraison effective des actifs sous-jacents est exceptionnelle, elle se produit rarement, lorsqu'elle a lieu, les modalités concrètes d'exécution sont généralement gérées par la chambre de compensation. Un autre point de distinction entre future et forward se présente quand on parle de la liquidité des marchés organisés et ceux de gré à gré. Pour les premiers, la liquidité est très grande du fait de la standardisation de ces contrats et de la présence d'une chambre de compensation (Meulibreok(1992)).

Par contre, la liquidité des contrats négociés sur le marché des livraisons différées n'est quasiment nulle faute de l'absence d'une chambre de compensation et de la standardisation. Qu'il s'agisse d'un contrat *forward* ou d'un contrat *futures*, aucun échange monétaire ne se produit entre l'acheteur et le vendeur lors de la conclusion de la transaction. Toutefois, les transactions sur un marché organisé exigent de tout opérateur le versement auprès de la chambre de compensation d'un dépôt (*initial margin*) dont le montant est déterminé par les responsables de la bourse ainsi que l'éventuel versement d'appels de marge. Ce dépôt représente un dépôt de garantie destinée à protéger la chambre de compensation.

Les transactions avec livraison différée quant à elles, elles ne requièrent aucun dépôt de garantie ni aucune marge. Les contrats négociés sur les marchés organisés et les contrats forward sont deux instruments de couverture contre le risque de prix mais il existe pourtant une différence autre que celles supra mentionnées. En effet, avec les contrats à terme futures la protection n'est jamais parfaite car la standardisation de cet instrument lui interdit de s'adapter parfaitement aux besoins spécifiques de chaque opérateur. Tel n'est pas le cas des contrats forward par lesquels il est toujours possible de construire une couverture parfaitement adaptée aux besoins de chaque opérateur.

En abordant le côté de la flexibilité, nous peut remarquer que la standardisation des *futures* associés à la présence d'une chambre de compensation offre une très grande flexibilité et permet à l'opérateur de liquider sans la moindre difficulté une couverture qui paraîtra inutile. Cette flexibilité est bien moindre avec les contrats *forward* caractérisés par l'absence d'une chambre de compensation, d'une part, et par la non standardisation d'autre part. Ainsi nous pouvons conclure en disant que même si la couverture fournie par les contrats à terme (futures) n'est jamais parfaite, elle est toujours beaucoup moins coûteuse que celle offerte par les contrats forward.

### 3.3. La différence entre le prix forward et le prix futures : l'analyse théorique d'Ingersoll, Cox et Ross

Cox, Ingersoll et Ross (1981) ont établi une équivalence entre un contrat *forward* et une obligation à coupon zéro d'échéance identique, du fait qu'il n'existe aucun versement de trésorerie entre la date de conclusion du contrat et de la date d'échéance. Tel est aussi le cas pour l'obligation. D'autre part, ils établissent une équivalence entre un contrat *futures* et une série d'obligation ayant chacune un jour d'échéance. Concernant le montant en trésorerie versé chaque jour suite aux appels de marge, ils ont considéré qu'il correspond au flux terminal de l'obligation à coupon zéro. Par analogie, un contrat futures peut être équivalent à un ensemble de contrat forward d'un jour d'échéance. Nous allons démontrer cette équivalence dans ce qui suit. En fait, en fin de journée, les contrats achetés sont négociés au cours de compensation  $F_1$  l'acheteur enregistrera un gain (une perte) égal(e) à :

$$(F_1 - F_0) \tag{1.21}$$

Ce gain (perte) est actualisé(e) en utilisant le facteur d'actualisation  $e^{-r(T-t)}$  et ainsi, on obtiendra :

$$[e^{-r(T-1)} (F_1 - F_0)]$$

avec (t) correspondant au moment de la compensation, le deuxième jour on aura :

$$[e^{-r(T-2)} (F_2 - F_1)] \text{ et ainsi de suite}$$

Si maintenant chacun de ces gains (pertes) est investi au taux d'intérêt sans risque jusqu'à l'échéance de l'obligation, on aura :

$$\begin{aligned} & [e^{-r(T-t)} (F_1 - F_0)] e^{r(T-1)} \\ & + [e^{-r(T-t)} (F_2 - F_1)] e^{r(T-2)} \\ & + \dots\dots\dots \\ & + F_T - F_{T-t} \end{aligned}$$

Les facteurs de capitalisation et d'actualisation s'annulent, ce qui simplifie cette expression.

$$((F_1 - F_0) + (F_2 - F_1) + (F_3 - F_2) + \dots\dots\dots (F_T - F_{T-t}))$$

Après simplification cette expression est égale à :

$$F_T - F_0 \tag{1.22}$$

Comme à l'échéance le prix futures est égal au prix au comptant du fait de la convergence de la base, cette expression s'écrit :

$$S_T - F_0 \tag{1.23}$$

Cependant, il faut attirer l'attention au fait que l'égalité entre le prix forward et le prix futures n'est vérifiée que dans un contexte de certitude et de constance des taux d'intérêt.

### 3.4. L'évaluation à trois facteurs des forwards

Nous allons examiner l'effet des taux d'intérêt stochastiques sur les prix des forwards. Le modèle présenté dans la section précédente sera étendu à un monde avec des taux d'intérêt stochastiques. Sous cette hypothèse, les prix des futures et des forwards peuvent être différents.

Les hypothèses H.1, H.2, H.3, et H.4' sont retenues et H.5 est remplacée par H.5'.

H.5': le taux d'intérêt spot est donné par le processus neutre au risque en absence d'arbitrage de Heath, Jarrow et Merton (HJM),

$$r(v) = f(t, v) + \sum_{i=1}^n \int_t^v \sigma_i(s, v) \int_s^v \sigma_i(s, y) dy ds + \sum_{i=1}^n \int_n^v \sigma_i(s, v) dw_i(S) \quad (1.24)$$

Dans cette famille de processus, les taux d'intérêt spot et forwards dépendent de  $n$  ; des mouvements Browniens, débutant avec une courbe initiale de forwards  $f(t, v) : \in v(t, T)$ . Les coefficients de volatilités  $\sigma_i$ , sont des anticipations non spécifiées à fin d'avoir une souplesse dans les conditions de mesure et d'intégration. Les prix du marché du risque ne sont pas présents dans le processus précédent puisqu'ils sont « exclus » par une expression incluant les volatilités de différentes maturités des taux forwards (Miltersen et Schwartz (1998) et Schwartz (1997)).

L'approche de l'absence d'arbitrage est utilisée ici pour les taux d'intérêt car notre objectif est l'évaluation des contrats forward et futures sur marchandises et non pas celle des obligations. Puisque ces dernières sont disponibles pour des maturités longues, il est possible de spécifier un cadre exact de la structure initiale par terme des taux d'intérêt. Contrairement, si une approche d'équilibre est utilisée dans la modélisation des taux d'intérêt, la structure initiale par terme de ces derniers ne va pas être liée parfaitement par le modèle et le prix du marché des obligations va être dérivé d'un modèle des prix de ces dernières. L'approche de non-arbitrage n'est pas utilisée pour décrire la structure par terme du « conveneince yield » puisque les contrats futures ne sont pas disponibles pour des maturités longues. En outre, une approche d'équilibre est utilisée pour modéliser le « *conveneince yield* ».

En construisant un portefeuille en absence d'arbitrage, l'équation partiellement différentiable (PDE) pour les prix forward est donnée par ;

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} V_{ss} S^2 \sigma_s^2 + \frac{1}{2} V_{rr} \sigma_r^2 + V_{s\delta} S \ell_{sC} \sigma_s \sigma_c + V_{sr} S \ell_{sr} \sigma_s \sigma_r + V_{\delta r} \ell_{cr} \sigma_c \sigma_r + V_s S (r - \delta) + \\ & V_s [K(\alpha - \delta) - \lambda_c \sigma_c] + V_r (\mu_r -) \lambda_r \sigma_r - V_\tau = rV \end{aligned} \quad (1.25)$$

où  $v(S,T)$  est la valeur à la date (S) d'un contrat échéant à la date T,  $V(S,T) = J(S,T) - J(t,T)$  pour le temps initial (t) et le prix du *forward*  $J(\cdot)$ . Le prix du marché du risque du taux d'intérêt est  $\lambda_r$ , le mouvement des taux d'intérêt dans le monde réel est  $\mu_r$  et la volatilité du taux d'intérêt spot est  $\sigma_r$ . De plus  $\ell_{sr} dt \equiv \text{cov}(dZ_s, Z_r)$  et  $\ell_{cr} dt \equiv \text{cov}(d\alpha_c, Z_r)$ . En utilisant le modèle de (HJM) dans la première équation, le mouvement neutre au risque du processus des taux d'intérêts  $(\mu_r - \lambda_r \sigma_r)$  est substitué par un terme qui ne dépend pas du prix du marché du risque mais de la structure par terme de la volatilité des taux d'intérêt. En outre, dans le modèle (HJM) la (PDE) est constituée avec une préférence libre concernant le risque du taux d'intérêt.

La solution de Feynman-Kac du prix forward se présente comme suit :

$$J(t, T) = \frac{\mathbb{E}_t \left[ e^{-\int_t^T r(s) ds} S_T \right]}{\mathbb{E}_t \left[ e^{-\int_t^T r(s) ds} \right]}, \quad (1.26)$$

Où la prévision est faite avec le respect du processus neutre au risque. Le prix *forward* à trois facteurs est donné par :

$$J(S_t, \delta_t, t, T) = S_t A(\tau) e^{-H_c(\tau) \delta_t} \frac{1}{P(t, T)} \quad (1.25)$$

La solution à trois facteurs du prix forward de l'équation précédente est la même que la solution à deux facteurs du prix forward. Ainsi, le prix de ce dernier avec des taux d'intérêt stochastiques est égal au prix d'un *forward* avec des taux d'intérêt constants. Ce résultat est indépendant du choix du processus stochastique des taux d'intérêt. Ceci peut être accompli en utilisant tout modèle sans arbitrage.

Si une approche d'équilibre est utilisée dans la modélisation des taux d'intérêt le prix du marché des obligations utilisé dans le modèle à deux facteurs va différer du prix des obligations généré dans la modélisation à trois facteurs.

Ainsi, le prix des obligations  $P(t, T)$  va différer dans les deux modèles. Dans ce cas, le prix des contrats *forward* va être différent dans les modèles à deux et à trois facteurs (Miltersen et Schwartz (1998) et Schwartz (1997)).

Le résultat dépend aussi de l'hypothèse non restrictive qui stipule que la volatilité  $\sigma_s$  est indépendante du taux instantané.

## Conclusion

Les contrats à terme ou encore *futures* présentent certaines spécificités quant à leurs caractéristiques ou leur mécanismes d'investissement. Plusieurs études ont été consacrées à leurs modèles d'évaluation dont les plus connus sont ceux qui se basent sur le « *convenience yield* » et qui se distinguent des modèles d'évaluation des contrats *forward*. Ces derniers présentent des caractéristiques différentes de celles des contrats *futures*.

Les études récentes relatives à l'évaluation des *futures* sur marchandises se sont concentrées en deux approches. La première se base sur la notion du *convenience yield* qui n'est autre que le bénéfice qui est réalisé par le détenteur de la commodité mais non pas le détenteur des contrats *futures* (Brennan (1991)). Basés sur les arguments d'absence d'arbitrage, les modèles suivants cette approche déterminent les prix des futures sur le pétrole par exemple à partir du prix courant du pétrole et des coûts sur les bénéfices du stockage.

La deuxième approche quant à elle, elle se base sur l'idée qui stipule que les frictions du marché le laissent impraticable, et impossible d'y négocier les contrats *futures* en stockant ou en vendant immédiatement la commodité physique. Ainsi les prix *futures* ne peuvent pas être déduits à partir du prix spot courant, des coûts et des bénéfices de stockage.

Cependant, ils sont essentiellement déterminés par le prix spot anticipé. Ces deux approches d'évaluation prennent deux voies différentes de la structure du marché spot. Dans la première approche, les arbitragistes potentiels échangent sans coûts de transaction et peuvent construire des positions longues ou courtes sur la commodité physique sans limites. Dans la deuxième approche, il n'existe pas de relation entre le prix spot courant et le prix des futures, un modèle relatif à cette approche fera l'objet du troisième chapitre.

Certes les marchés financiers sont très volatiles, mais l'étude des différents aspects de cette volatilité reste une tâche très difficile, ceci nous a poussé en fait à étudier ses mesures, ses modèles d'estimation et de prévision, au niveau du deuxième chapitre.

## **REFERNCES**

## Références

- 1) Arjun Chatrath, Bahram Adrangi, Mary Allender (2001): « The impact of margins in futures markets: evidence from the gold and silver markets », *the Quarterly Qreview of Economics and Ffinance*, vol 41, p.279-294
- 2) Bates, D.S.(1991): «The crash of '87 :Was It Expected ?The Evidence from Option Markets. » *Journal of Finance*, 1009-1044.
- 3) Black (1976) : «The Pricing of commodity Contracts »*Journal of Financial Economics* , 3 167-179.
- 4) Brennan.M.J (1985): «The Supply of Storage»*American Economic Review*, 4850-72.
- 5) Brennan.M.J (1990): «The Price of convenience and the valuation of commodity Contingent Claims In stochastic Models and Options Values»D.Lund and B.Oksental, eds.Amesterdam Elsevier.
- 6) Chang.T.M (2004): « The trading dynamics of close-substitute futures markets: evidence of margin policy spillover effects», *Journal of Multinational Financial Management*, vol 14, 2004, p.463-483.
- 7) Chinn M.D, Leblanc. M, Coibion. O(2005) : « The preductive content of energy futures :an update on petroleum, natural gaz, heating oil and gasoline », *NBER Working paper*, n11033.
- 8) Fama.E et K.French(1987): «Commodity Futures Prices: Some Evidence on Forecast Power, Premiums, and the theory of Storage». *Journal of Business*, 60(1987) , 55-73.
- 9) Fama.E etK. French (1988): «Business Cycles and the Behavior of Metals Prices»*Journal of Finance*, 43, 1075-1094.
- 10) Gibson.R et E.S Schwartz (1990a): «Valuation of long term Oil-Linked Assets In Stochastic Models and Options Values», *D Lund and B. okental, eds. Amsterdam: Elsevier*.
- 11) Gibson.R. etE.S.Schwartz (1990b): «Stochastic Convenience Yield and pricing of Oil Contingent Claims»*Journal of Finance*, 45, 959-976.
- 12) Gorton.R et K.J Rouwenhorst (2004): «Facts and fantasies about commodity futures »*Yale ICF woking paper N.04-20.1-41*.
- 13) Grossman.J ET Merton .Miller (1988): « liquidity and market structure », *Journal of Finance*, vol 43, n°3, Juillet 1988, p.617-633.
- 14) Heath etD.R Jarrow (1991),: «A .Morton Bond Pricing and the Term structure of Interest Rates : A New Methodology »*Econometrica* , 60, 77-105 .
- 15) Hul.J (1993): « Option futures and Other Derivative Securities » , *Second Ed Englewood Cliffs , NJ : Prentice Hall, Inc .*

- 16) Ingersoll.C.J.E et.S.A Rodd (1981): «The relation between Forward Prices and Futures Prices» *Journal of Financial Economics*, 9, 321-346.
- 17) Meulibroek.L (1992) : «A comparison of forward and futures prices of an interest rate – sensitive financial asset », *Journal of Finance*, vol 74, , 381-396.
- 18) Miltersen.K.R et E.Schwartz (1998): « Pricing of Options on Commodity futures With Stochastic Term Structure of convenience Yields and interest Rates» *Journal of financial and Ouantitative Analysis*, 33, 33-59.
- 19) Pennings.J.M.E et MR .Leuthod (2001): « Commodity Futures Contract viability: Amultidisciplinary Approach », *Working paper*.
- 20) Robinstein.M (1987): « derivative assets analysisthe », *Journal of Eeconomic Perspectives*, vol 1,n°2, ,p.73-93.
- 21) Ribeiro.D, Hodges.S (2004): « A two factor model for commodity prices and futures valuation», *working paper*, 1-24
- 22) Schwartz.E.S (1997): « the stochastic Behavior of commodity prices: Implications for Valuation and Heding», *Journal of Finance*, 52, 923-973.
- 23) Sundarezan.M (1980) « A Study of commodity Futures prices », *Ph .D. Diss, Carnegie-Millon Univ, Pittsburgh, PA (1980)*.
- 24) Vasieek.O (1977):« An Equilibrium Characterization of the term Structure», *Journal of Financial economics*, 5, 177-188.

**CHAPITRE 2**  
**ESTIMATION ET PREVISION DE LA VOLATILITE : UNE**  
**SYNTHESE DE LA LITTERATURE**

## Chapitre 2

### Estimation et prévision de la volatilité : une synthèse de la littérature

La prévision de la volatilité est une tâche importante dans les marchés financiers qui a occupé l'attention des théoriciens et des praticiens pendant les deux dernières décennies. En effet un grand nombre de travaux se sont intéressés à l'étude de la performance prédictive des divers modèles de la volatilité alors que quelques études seulement étaient écrites sur le sujet de la modélisation de la volatilité sans introduire le sujet de la prévision. Cette recherche au sujet de la volatilité reflète l'importance de cette variable dans l'investissement, l'évaluation des actifs, la gestion du risque et l'établissement de la politique monétaire. Cependant, on ne peut assimiler la notion de la volatilité à celle du risque lorsqu'elle est interprétée comme une incertitude, elle devient une variable importante pour plusieurs décisions d'investissement et de création des portefeuilles. Les investisseurs et les gestionnaires de portefeuilles ont certains niveaux de risques auxquels ils peuvent supporter. Une bonne prévision de la volatilité pendant la période de détention de l'investissement présente un excellent point de départ pour évaluer le risque de cet investissement. La volatilité est la variable la plus importante dans l'évaluation des produits dérivés, dont leur volume de transactions a été quadruplée dans les années récentes. Pour évaluer une option, on exige la connaissance de la volatilité de l'actif sous-jacent dès maintenant jusqu'à l'échéance de l'option. En effet, la convention du marché consiste à coter le prix de l'option en fonction des unités de volatilité. De nos jours, nous pouvons acheter des produits dérivés souscrits sur la volatilité elle-même, dans ce cas la définition et la mesure de la volatilité seront clairement spécifiées dans les contrats. Ainsi, dans ces nouveaux contrats, la volatilité devient maintenant un « actif » sous-jacent. De cette façon, la prévision de la volatilité sur une période définie et une seconde prévision de la volatilité seront exigées à fin d'évaluer de tels contrats.

Par ailleurs, la volatilité du marché financier peut avoir une large répercussion sur l'économie toute entière. Les incidents causés par les attentats du 11 septembre 2001 et le reportage récent des scandales financiers aux Etats-Unis ont provoqué de grands troubles aux marchés financiers de quelques continents et un impact négatif sur l'économie mondiale. Ceci est une évidence claire sur le lien important entre l'incertitude du marché financier et la

confiance publique. Pour cette raison, les faiseurs de la politique dépendent fréquemment de l'estimation de la volatilité par le marché comme un baromètre de la vulnérabilité du marché financier et de l'économie. Aux Etats-Unis, la Réserve Fédérale tient compte explicitement de la volatilité des actions, des obligations, des devises et des matières premières dans l'établissement de la politique monétaire (Nasar (1992)). La banque d'Angleterre est aussi bien connue par le fait de se référer à la psychologie du marché et aux densités de volatilité implicite des variables financières importantes dans ses réunions de la politique monétaire.

Etant donné le rôle important de la prévision de la volatilité et la densité des études réalisées à propos de ce thème, ce chapitre visera à fournir une couverture compréhensive du statut de cette recherche et il se présentera comme suit ; la première section fournira quelques préliminaires tel que la définition et la mesure de la volatilité. La seconde, introduira les deux catégories des méthodes largement utilisées dans la prévision de la volatilité, à savoir les méthodes des séries temporelles et la volatilité implicite. La troisième section, visera la présentation des mesures de la performance des prévisions et à construire des issues diverses liées à l'évaluation de ces prévisions. La quatrième section sera consacrée à l'étude des estimateurs de la volatilité basée sur des données à haute fréquence.

## 1. Quelques préliminaires

Nous allons tenter au niveau de cette section de soulever l'ambiguïté relative à la définition de la volatilité qui est souvent confondue à la notion du risque. Nous présenterons aussi quelques mesures de la volatilité des actifs financiers tout en analysant les faits stylisés de cette volatilité.

### 1.1. Volatilité, écart type et risque

Les investisseurs et les praticiens ont souvent une appréciation incomplète concernant les différences entre la volatilité, l'écart type et le risque.

A ce niveau, nous allons tenter à soulever cette ambiguïté. En finance, la volatilité est fréquemment utilisée pour se référer à un écart type, ( $\delta$ ), ou à une variance, ( $\delta^2$ ), calculée à partir d'une série d'observation comme :

$$\hat{\delta}^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{t=0}^N (r_t - \bar{r})^2 \quad (2.1)$$

Où, ( $\bar{r}$ ) est le rendement moyen et N la longueur de la période.

Les rendements sont calculés comme la différence première des logarithmes des cours spots :

$r_t = L_n(S_t) - L_n(S_{t-1})$  où (S) est le cours spot, (t) représente la date.

La statistique de l'écart type de l'échantillon est un paramètre sans distribution qui représente la caractéristique du moment d'ordre deux de l'échantillon. Seulement, lorsque  $\delta$  est attaché à une distribution standard telle que la distribution normale ou celle de t de student, la densité de probabilité requise et celle de probabilité cumulée peuvent être calculées analytiquement.

En effet, ( $\delta$ ) peut être calculé à partir des distributions de formes irrégulières, dans ce cas, la densité de probabilité pourra être dérivée empiriquement.

Dans la situation du temps continu, ( $\delta$ ) est un paramètre d'échelle qui multiplie ou réduit l'ampleur des fluctuations générées par le processus de Wiener standard.

L'écart type, ( $\delta$ ) est la mesure correcte de la dispersion pour la distribution normale caractérisant souvent les rendements et pour quelques autres distributions. D'autres mesures ont été suggérées et trouvées utiles y compris le moyenne des rendements absolus et le rang intra-quantile. Cependant, le lien entre la volatilité et le risque est faible, en particulier le risque est le plus souvent associé à des rendements petits ou négatifs alors que la plupart des mesures de dispersion ne font pas une telle distinction. L'idée d'une « semi-variance » a été une suggestion faite par Markowitz (1991), elle utilise uniquement les carrés des rendements au-dessous de la moyenne mais elle n'était pas largement utilisée parce qu'elle n'est pas facile à appliquer dans la construction d'un portefeuille.

En effet, il est possible de calculer la semi-variance qui correspond à une variance calculée uniquement à partir des écarts à la moyenne négatifs comme suit ;

$$S\hat{\delta}^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{t=0}^N (r_t - \bar{r})^2 \quad \text{Pour tout } r_t \leq \bar{r} \quad (2.2)$$

## 1.2. Définition et mesure de la volatilité

Comme nous l'avons déjà mentionné précédemment, la volatilité est fréquemment assimilée à l'écart type de l'échantillon qui est la racine carrée de l'équation (2,1). Figlewski (1997) constate que lorsque les propriétés statistiques de la moyenne de l'échantillon provoquent une estimation très inexacte de la moyenne réelle surtout pour les petits échantillons, le fait de prendre les écarts à zéro au lieu des écarts à la moyenne de l'échantillon comme dans l'équation (2,1) augmente la performance de la prévision de la volatilité.

Il y a des méthodes d'estimation de la volatilité qui sont désignées à exploiter ou réduire l'influence des extrêmes telles que la méthode du maximum de vraisemblance proposée par Ball et Torous (1984) la méthode de recours au prix le plus haut et le plus bas d'une même journée proposée par ParKinson (1980) et Garman et Klass (1980)

Malgré, que l'équation (2,1) est une estimation non biaisée de  $\delta^2$ , la racine carrée de  $\delta^2$  est une estimation biaisée de  $\delta$ ; ceci est dû à l'inégalité de Jensen. Ding, Granger et Engel (1993) ont proposé de mesurer la volatilité directement à partir des rendements absolus.

Pour mieux comprendre la version en temps continu analogue à l'équation (2,1) on suppose que les rendements instantanés sont générés par la martingale en temps continu

$$dp_t = \delta_t dw_{p,t} \quad (2.3)$$

Où  $w_{p,t}$  indique un processus Wiener standard et  $p_t$  indique le logarithme du prix.

A partir de l'équation (2,3), la variance conditionnelle pour les rendements d'une période,

$$r_{t+1} \equiv p_{t+1} - p_t \text{ est } S \int_0^1 \delta_{t+z}^2 dz \text{ qui est connue comme la volatilité intégrée sur une}$$

période allant de  $(t)$  à  $(t+1)$ . Cette quantité est aussi d'une importance cruciale pour l'évaluation des produits dérivés avec une volatilité stochastique (Hull et White (1987)). Bien ( $p_t$ ) peut être observé à la date  $(t)$ ,  $\delta_t$  et une variable latente non observable et qui s'ajuste continuellement à travers le temps et la taille du processus stochastique  $dw_{p,t}$ .

En supposant que  $(m)$  est la fréquence de l'échantillon et qu'il y a  $(m)$  rendements continuellement composés dans une unité de temps, tel que :

$$r_{m,t} \equiv p_t - p_{t-1/m} \quad (2.4)$$

Si les rendements discrètement échantillonnés ne sont pas corrélés en série et que le « Sample path » pour  $\delta$ , est continu, il s'en suit à partir de la théorie de variation quadratique (Karatzas et Shreve (1988)) que :

$$P \lim_{m \rightarrow \infty} \left( S \int_0^1 \delta_{t+\tau}^2 d\tau - \sum_{j=1}^N r_{m, \frac{t+j}{m}}^2 \right) = 0 \quad (2.5)$$

Ainsi, la volatilité reliée au temps est théoriquement observable à partir du processus de rendement. Le terme de la « volatilité réalisée » a été utilisé par Fung et Hsieh (1991) et Andersen et Bollerslev (1998) pour signifier la somme des carrés des rendements intrajournaliers à des intervalles courts tels que ceux de 15 ou 5 minutes. Un tel estimateur de la volatilité fournit une estimation exacte du processus latent qui définit la volatilité. Cependant les données des marchés financiers utilisées dans ces études suggèrent que les rendements mesurés dans un intervalle plus court que 5 minutes soient générés par une corrélation sérielle fautive causée par les divers effets de la microstructure du marché y compris les transactions non synchrones, les observations discrètes des prix, la tendance périodique de la volatilité intrajournalière et la fourchette bid-ask. En effet, Figlewski (1997)

stipule que les erreurs de l'estimation ont doublé lorsque des données journalières ont été utilisées au lieu des données mensuelles pour estimer la volatilité pendant 24 mois

### 1.3. Des faits stylisés de la volatilité des marchés financiers

Il y a plusieurs traits saillants au sujet des séries temporelles et la volatilité des marchés financiers qui sont actuellement bien étudiés. Ils comportent les distributions à queue épaisse des rendements des actifs risqués, la volatilité « clustering », l'asymétrie et le retour à la moyenne et les co-mouvements des volatilités à travers les actifs et les marchés financiers. Une recherche plus récente montre que la corrélation entre les volatilités est plus forte que celle entre les rendements et que les deux corrélations tendent à augmenter pendant les périodes de récession et de crises financières. Puisque la volatilité des séries temporelles financières a une structure complexe, Diebold, Hickman, Inoue et Schuermann (1988) ont suggéré que le calcul de la prévision différera selon le niveau courant de la volatilité, sa structure et l'horizon de la prévision.

Si les rendements sont (i.i.d) (indépendants et identiquement distribués), alors la variance des rendements sur un horizon long peut être dérivée comme un simple multiple de la variance d'une seule période. Mais, ceci n'est pas toujours le cas pour plusieurs séries financières à cause des faits stylisés présentés ci-dessus. Pendant qu'une prévision ponctuelle de  $(\hat{\delta}_{T-1, T/t-1})$  devient plus bruyante quand  $T \rightarrow \infty$ , une prévision cumulative

$(\hat{\delta}_{t, T/t-1})^1$  devient plus exacte à cause de l'annulation des erreurs et le retour de la volatilité à la moyenne à moins qu'il n'y ait pas un changement fondamental dans le niveau de la volatilité ou sa structure. Certaines études trouvent que la volatilité des séries temporelles semble avoir une racine unitaire [Perry (1982) et Pagan et Schwert (1990)] c'est à dire :

$$\delta_t = \phi \delta_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.6)$$

Avec,  $\phi$  est indiscernable de 1.

D'autres articles stipulent que quelques mesures de la volatilité des rendements journaliers et intrajournaliers exhibent un phénomène de mémoire longue (voir Granger, Ding et Spear (2000)). Les autocorrélations des variances et particulièrement celles des écarts à la moyenne absolue, demeurent positives et d'une manière significative au-dessus de zéro pour des retards

---

<sup>1</sup>  $(\hat{\delta}_{t, T/t-1})$  indique la prévision de la volatilité formulée à la date (t-1) pour la volatilité allant de t à T.

supérieurs ou égaux à mille. Les résultats sont importants car ils impliquent qu'un choc dans le processus de la volatilité aura un impact durable dans le temps.

Une complication relative au choix de l'horizon de prévision est partiellement due au retour à la moyenne de la volatilité. En général, la performance de la de la prévision de la volatilité s'améliore lorsque la fréquence des données de l'échantillon s'accroît relativement à l'horizon de la (Anderson, Bollerslev et Lange (1999)). En conséquence, lors de l'utilisation d'un horizon de dix ans, l'estimation de la volatilité calculée en utilisant des données hebdomadaires ou mensuelles est la meilleure car la retour à la moyenne de la volatilité est difficile à s'ajuster en utilisant des données de haute fréquence.

En général, les prévisions basées sur un modèle perdent leur suprématie lorsque l'horizon de la prévision s'accroît. Il est souvent recommandé pour les horizons de prévision relativement longs d'utiliser des données à basse fréquence sur une période au moins assez longue que l'horizon de prévision ( Alford et Boatsman (1995) et Figlavski (1997)).

Pour autant que la fréquence de l'échantillon soit concentrée, Drost et Nijman (1993) démontrent théoriquement et pour un cas particulier ( le processus GARCH (1,1), que la structure de la volatilité devrait être maintenue à travers une agrégation inter temporelle. Ceci signifie que si on modélise la volatilité aux intervalles horaires, journaliers ou mensuels, la structure la volatilité doit être la même. Mais, il est bien connu que ceci n'est pas le cas dans la pratique ; la persistance de la volatilité, qui est fortement significative dans les données journalières, s'affaiblit lorsque la fréquence des données diminue ( Diebold (1988), Ballie et Bolleslev (1989), poon et taylor (1992), Nelson (1992)).

## **2. Les modèles de prévision de la volatilité**

Dans cette section, nous allons examiner les modèles de prévision de la volatilité se basant sur les séries d'informations historiques, ainsi que l'approche estimant la volatilité future à partir du prix des options.

### **2.1 Les modèles de prévision de la volatilité se basant sur les séries temporelles**

Etant données l'intensité des recherches relatives à la prévision de la volatilité nous allons tenter de fournir une couverture des modèles les plus populaires utilisés pour cet objectif. En fait, Browen (1990), Engel (1993) et Kroner (1996) ont fournit une liste relative aux modèles de prévision de la volatilité basés sur des séries d'informations historiques.

#### **2.1.1. Les prévisions basées sur les écarts types passés**

Le modèle de prix historique le plus simple est la marche aléatoire (*Random Walk*), où  $(\delta_{t-1})$  est utilisé comme prévision de  $(\delta_t)$ .

Cela s'exprime formellement par

$$\hat{\delta}_t = \delta_{t-1} \quad (2.7)$$

En étendant cette idée, nous allons avoir la méthode de la moyenne historique (Historical Average )

$$\hat{\delta}_t = \frac{\delta_{t-1} + \delta_{t-2} + \dots + \delta_1}{t-1} \quad (2.8)$$

On a aussi la méthode simple de la moyenne mobile ( Moving Average) :

$$(2.9)$$

La méthode du lissage exponentiel (exponentiel smoothing ) se présente comme suit :

$$\hat{\delta}_t = (1 - \beta)\delta_{t-1} + \beta\hat{\delta}_{t-1} \quad (2.10)$$

avec,  $0 \leq \beta \leq 1$

Et enfin la méthode de la moyenne mobile exponentiellement pondérée (exponentially Weighted Mooing Average) :

$$\hat{\delta}_t = \frac{\sum_{i=1}^{\tau} \beta^i \delta_{t-1}}{\sum_{i=1}^{\tau} \beta^i} \quad (2.11)$$

En fait, le modèle du « Riskmétrics » est une procédure qui utilise la méthode de la moyenne mobile exponentiellement pondérée.

Le modèle de la transition lisse du lissage exponentiel (Smooth transition of exponentiel smoothing) proposé par Taylor (2001) est une version plus flexible du lissage exponentiel où le poids dépend de la taille et parfois du signe du rendement précédent. Ce modèle se présente comme suit :

$$\hat{\delta}_1 = \alpha_{t-1} \varepsilon_{t-1}^2 + (1 - \alpha_{t-1}) \hat{\delta}_{t-1}^2 \quad (2.12)$$

$$\alpha_{t-1} = \frac{1}{1 + \exp(\beta + \gamma v_{t-1})}$$

Où,  $v_{t-1}$  est une variable transitoire ;

$v_{t-1} = \varepsilon_{t-1}$  Pour un modèle de transition lisse du lissage exponentiel avec erreur simple.

$v_{t-1} = |\varepsilon_{t-1}|$  Pour un modèle de transition lisse du lissage exponentiel avec erreur absolue.

En outre, on a la méthode de la régression simple qui exprime la volatilité comme une fonction de ses valeurs passées et un terme d'erreur. Cette méthode est autorégressive et elle s'exprime comme suit.

$$\hat{\sigma}_t^2 = y_{1,t-1}\delta_{t-1} + y_{2,t-2}\delta_{t-2} + \dots + v_t \quad (2.13)$$

Si les erreurs passées de la volatilité sont aussi incluses, on obtient un modèle ARMA (P, q) qui s'exprime de la manière suivante :

$$\phi(L)\delta_t = \theta(L)\varepsilon_t \quad (2.14)$$

$$\phi(L) = 1 - \sum_{i=1}^p \phi_i L^i$$

$$\theta(L) = 1 + \sum_{j=1}^q \theta_j L^j$$

Avec ; L : l'opérateur de retard.  $\varepsilon_t$  : Un bruit blanc.

En introduisant un ordre de différenciation, I (d) on obtient un modèle autorégressif à moyenne mobile intégré (ARIMA). Lorsque d=1 ce modèle devient un modèle autorégressif à moyenne mobile fractionnellement intégré (ARFIMA). Le modèle (ARIMA) se présente de la manière suivante :

$$\phi(L)(1-L)^d \delta_t = \theta(L)\varepsilon_t \quad (2.15)$$

Finalement, on a le modèle auto régressif à seuil (Threshold Autorégressive) où les seuils séparent la volatilité en des états. Chaque état comprend des modèles indépendants de régression et des processus de bruits pour la volatilité. Ce modèle s'exprime comme suit :

$$\hat{\sigma}_t = \lambda_0^{(i)} + \lambda_1^{(i)}\delta_{t-1} + \dots + \lambda_p^{(i)}\delta_{t-p} \quad i=1, 2, 3, \dots, K \quad (2.16)$$

Une procédure de prévision plus sophistiquée entraîne une mise à jour continu pour l'estimation des paramètres lorsque une nouvelle information est observée et intégrée dans le période de l'estimation.

### 2.1.2. Les modèles de volatilité conditionnelle de la classe ARCH

Un groupe plus élaboré des modèles des séries temporelles est la famille ARCH (Auto régressive conditionnel Heteroskedasticity) qui est largement étudié par Bera et Higgins

(1993), Bollerslev, Chou et Kroner (1992), Bollerslev, Engle et Nelson (1994) et Diebold et Lopez (1995).

Contrairement aux modèles précédents, les modèles de la classe ARCH n'utilisent pas les écarts types de l'échantillon mais ils formulent une variance conditionnelle, ( $h_t$ ), des rendements via la procédure du maximum de vraisemblance. De plus, grâce à la manière selon laquelle les modèles de la classe ARCH sont construits, ( $h_t$ ) est connue à la date (t-1), donc la prévision pour une période en avance est facilement disponible.

Le modèle ARCH (p) proposé par Engle (1982) est un modèle qui impose une structure auto régressive sur la variance conditionnelle, ce qui permet aux chocs de volatilité de persister à travers le temps. Dans le contexte de ce modèle, l'erreur conditionnelle, calculée à partir d'un modèle linéaire, est distribuée selon une loi normale dont la variance conditionnelle ( $h_t$ ) est une fonction linéaire des résidus passés au carré. Ce modèle se formalise de la façon suivante :

$$r_t = \eta + \delta_t \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t \square N(0, h_t) \text{ et } \varepsilon_t = \sqrt{h_t} z_t \quad (2.17)$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 \quad (2.18)$$

Où,  $p > 0$ ,  $\alpha_0 > 0$ ,  $\alpha_i \geq 0$ , pour  $i = 1, \dots, p$

$\varepsilon_t$  : Résidu ou terme d'erreur généré par le modèle initial ;  $z_t \sim (\text{i.i.d})$

Avec ;  $E(z_t) = 0$

$\text{Var}(z_t) = 1$

$r_t$  : le rendement observé en t. Cette représentation a été généralisée par Bollerslev (1986) en un modèle GARCH (p, q). Dans ce modèle on remplace l'équation de la variance conditionnelle (2.18) par l'équation suivante :

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j h_{t-j} \quad (2.19)$$

Le modèle de la famille ARCH le plus utilisé dans la littérature financière pour décrire la volatilité est la spécification GARCH (1.1) qui permet une représentation assez générale des processus de la volatilité conditionnelle. La modélisation de la volatilité conditionnelle sous la forme logarithmique se manifeste sous la forme du modèle EGARCH (*exponentiel GARCH*, Nelson (1991)) ce qui signifie qu'il n'y a aucun besoin d'imposer une contrainte d'estimation à fin d'éviter le fait d'avoir une variance négative.

Sous certaines conditions imposées sur les paramètres, cette spécification capture le fait stylisé qu'un choc négatif entraîne une variance conditionnelle plus élevée, dans la période ultérieure, qu'un choc positif. Le modèle EGARCH est représenté sous la forme :

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i (|v_{t-i}| - E|v_{t-i}| + yv_{t-i}) + \sum_{j=1}^q \beta_j \ln \delta_{t-j}^2 \quad (2.20)$$

avec,  $v_t = \frac{\varepsilon_t}{\sqrt{h_t}}$  et  $E|v_{t-1}| = \sqrt{2/\pi}$

D'autres modèles qui permettent des dépendances asymétriques sont : le modèle TGARCH (Threshold GARCH, Zakoïan (1994) qui est similaire au modèle GJR-GARCH (Glosten, Jaganathan et Ruinkle (1993)) ; le modèle QGARCH (*Quadratic GARCH*) et autres diverses versions non linéaires du modèle GARCH examinées par Franses et Van Dijk (2000). Ces trois spécifications s'écrivent sous les formes suivantes :

Le modèle TGARCH st défini par :

$$\sqrt{h_t} = \alpha_0 + \alpha |\varepsilon_{t-1}| + y\pi_{t-1} |\varepsilon_{t-1}| + \beta \sqrt{h_{t-1}} \quad (2.21)$$

Avec,  $\pi_{t-1}$  égale à 1 si  $\varepsilon_{t-1} < 0$ , 0 autrement .La volatilité est positive quand les paramètres de l'équation (2.21) vérifient  $\alpha_0 > 0, \alpha \geq 0, y + \alpha \geq 0, \beta \geq 0$

ii/ La modèle GJR-GARCH s'écrit :

$$h_t = \alpha_0 + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + y\pi_{t-1} \varepsilon_{t-1}^2 + \beta h_{t-1} \quad (2.22)$$

La volatilité est positive quand les paramètres de l'équation (2.22) vérifient :

$\alpha_0 > 0, \alpha \geq 0, y + \alpha \geq 0, \beta \geq 0$

Le modèle Q GARCH est représenté sous la forme :

$$h_t = \alpha_0 + \alpha (\varepsilon_{t-1} - \delta)^2 + \beta h_{t-1} \quad (2.23)$$

Les deux modèles (ARCH et GARCH) ont été développés par Hamilton (1989) avec une structure du type de changement du régime, où la persistance de la volatilité peut prendre des valeurs différentes dépendantes des régimes de volatilité élevée ou faible. La forme la plus

généralisée du modèle de changement des régimes est celle utilisée par Gray (1996) et Klaassen (1998) qui est le modèle RC- GARCH (1,1). Il s'exprime comme suit :

$$h_{t, s_t} = \alpha_{0, s_t} + \alpha_{s_t} \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_{s_t} h_{t-1, s_t} \quad (2.24)$$

Où  $(S_t)$  indique l'état du régime à la date  $(t)$ .

D'autres modèles ont été utilisés dans la prévision de la volatilité tels que le modèle FI GARCH  $(p,d,q)$  (Fractionally Integrated GARCH, Baillie, Bollerslev et Mikkelsen (1996) et FIEGARCH (Bollerslev et Mikkelsen (1996)) avec  $d \geq 0$ .

### 2.1.3. Les modèles de la volatilité stochastique (VS)

Dans la modélisation de la volatilité stochastique, cette dernière est soumise à une source d'erreurs qui peut être liée à celle qui affecte les rendements. Ce modèle se présente sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} r_t &= \mu + \delta + \varepsilon_t \\ \varepsilon_t &= \exp(0.5h_t) \\ h_t &= \alpha_0 + \beta h_{t-1}^2 + v_t \end{aligned} \quad (2.25)$$

La modélisation de la volatilité comme une variable stochastique mène immédiatement à des distributions avec des queues épaisses pour les rendements.

Le terme autorégressif dans le processus de la volatilité introduit une persistance et une corrélation entre les deux termes innovateurs de ce processus ainsi que le processus du rendement provoquant une asymétrie de la volatilité (Hull et White (1987)).

En effet, le terme de bruit de la volatilité rend ce modèle stochastique plus flexible, toutefois, l'inexistence d'une forme rapprochée laisse impossible l'estimation directe via la méthode du maximum de vraisemblance. L'approche du quasi-maximum de vraisemblance de l'estimation (QMLE) développée par Harvey, Ruiz et Shephard (1994) est inefficace lorsque les proxys de la volatilité sont non gaussiens (Andersen et Sorensen (1997)). Les méthodes alternatives sont la méthode des moments généralisés à travers les simulations (GMM) (Duffie et Singleton (1993)), ou les solutions analytiques (Singleton (2001)), l'approche de vraisemblance à travers l'intégration numérique (Friedman et Harris (1988) et l'intégration de Monte Carlo soit l'échantillon de l'importance (Danielsson (1994), Pitt et Shephard (1997), Durbin et Koopman (2000)) ou la chaîne de Markov (exemple : Jacquier, Polson et Rossi (1994), Kim, Shephard et Chib (1998)).

## 2.2. La prévision de la volatilité basée sur les options

Une option d'achat (vente) de type européen est un droit, et non pas une obligation d'acquies (céder) un actif à un prix prédéterminé (prix d'exercice) à la date de maturité de l'option T. Tandis qu'une option de type américain est une option européenne qui peut être exercée avant la maturité. Le modèle d'évaluation d'une option européenne sur une action de Black-Scholes (Black et Scholes (1973)) suppose que le cours de cette dernière (s) suit la dynamique suivante :

$$ds = \mu s dt + \delta s dz \quad (2.26)$$

Où ds : la variation de s.

dt : la variation du temps.

dz : un processus standard de Gauss-Wiener,  $dz \sim \mathcal{N}(0, dt)$

$\delta$  : L'écart type du rendement de l'action ( $\delta$ ) est supposé connu et constant.

Ainsi, le taux de croissance de l'action est :

$$\frac{ds}{s} = \mu dt + \delta dz \quad (2.27)$$

A partir du lemme d'ito, le logarithme du cours de l'action suit la dynamique suivante :

$$d \ln s = \left( \mu - \frac{1}{2} \delta^2 \right) dt + \delta dz \quad (2.28)$$

Ce qui signifie que le cours de l'action a une distribution log normale où le logarithme du cours de celle-ci a une distribution normale. En utilisant un argument de couverture moins risquée, Black-Scholes démontre que, sous certaines hypothèses, les prix des options peuvent être dérivés en utilisant une relation d'évaluation neutre au risque où tous les actifs dérivés génèrent seulement des rendements sans risque. Ces hypothèses comportent une volatilité ( $\delta$ ), une vente courte, une absence des coûts de transaction et d'impôts, des titres divisibles, une absence de dividende avant la maturité de l'option ni d'arbitrage, une spéculation continue et un taux d'intérêt constant sans risque, ( $r$ )

Les résultats empiriques suggèrent que l'évaluation d'une option n'est pas sensible à l'hypothèse d'un taux d'intérêt constant. En effet, sauf l'hypothèse d'une volatilité, la violation de l'une des hypothèses restantes a pour conséquence d'évaluer l'option dans une bande au lieu d'être évaluée à un prix théorique.

La formule d'évaluation d'une option européenne de Black-Scholes indique que le prix d'une option à la date t est une fonction de  $S_t$  (le prix de l'actif sous-jacent),  $x$  (le prix d'exercice),  $r$  (le taux d'intérêt sans risque), T (temps restant à courir jusqu'à la date d'échéance de l'option)

) et  $(\delta)$  ( la volatilité de l'actif sous-jacent sur la période allant de  $t$  à  $T$ ). Etant donné que  $s_t$ ,  $x$ ,  $r$  et  $T$  sont observables, une fois que le marché a déterminé un prix ( soit une cotation ou un prix de transaction ) pour l'option, on peut utiliser une technique d'induction moins développée pour tirer la valeur  $(\delta)$  dont le marché a utilisé comme une entrée (input). Une telle estimation de la volatilité est appelée «Volatilité implicite de l'option ». Puisque la période de référence est de  $(t)$  à  $(T)$  dans le future, la volatilité implicite est fréquemment interprétée comme une prévision du marché de la volatilité jusqu'à la maturité de l'option, c'est à dire la période allant de  $(t)$  à  $(T)$ .

Etant donné que chaque actif peut avoir seulement un  $(\delta)$ , les options de même échéance mais qui ont des prix d'exercice différents présentent un problème du fait qu'elles fournissent des estimations distinctes de la volatilité implicite pour le même actif sous-jacent. La volatilité « *smile* », « *smirk* » et « *smeer* » sont des noms donnés aux formes non linéaires des graphiques de la volatilité implicite. Il y'a au moins deux explications théoriques de ce problème à savoir l'hypothèse de distribution et la volatilité stochastique. D'autres explications qui sont fondées sur la microstructure du marché et la mesure des erreurs (exemple : la liquidité, fourchette bid-ask et l'échelon de cotation) ainsi que la préférence de l'investisseur au risque (exemples : modèle du risque, prime de risque du portefeuille) ont été proposées.

### 2.2.1 L'hypothèse de distribution

Pour comprendre comment l'hypothèse de distribution de Black-Scholes crée une volatilité *smile*, on a besoin d'utiliser la relation positive entre la volatilité et le prix d'une option et la parité call-put :

$$c_t + xe^{r(T-t)} = p_t + s_t \quad (2.29)$$

Avec :  $(c_t)$  : le prix d'une option d'achat (Call) ;

$(p_t)$  : le prix d'une option de vente (Put) ;

Cette équation établit une relation positive entre les prix d'un call et d'un Put. Puisque la volatilité implicite est positivement liée au prix de l'option, l'équation (2.29) suggère qu'il existe aussi une relation positive entre les volatilités implicites tirées du prix des calls et des puts qui ont le même prix d'exercice et la même échéance.

Comme nous l'avons mentionné auparavant, Black et Scholes(1973) exigent que le prix d'une action dans l'équation (2.28) suive une distribution lognormale ou le logarithme des rendements d'une action a une distribution normale. Le fait que les rendements des actifs

financiers risqués aient des queues leptokurtiques est actuellement une évidence empirique largement diffusée.

### 2.2.2. L'effet de la volatilité stochastique

La volatilité stochastique a engendré une queue épaisse et une distribution non symétrique.

On peut réécrire l'équation (2.26) comme suit :

$$ds_t = \mu_s s_t dt + \delta_t s_t dz \quad (2.30)$$

Et à ce moment là,  $\delta_t$  a sa propre dynamique :

$$d\delta_t^2 = (\mu_v - \beta\delta_t^2)dt + \delta_v dz_v \quad (2.31)$$

où,  $\beta$  : la vitesse de retour du processus de la volatilité à la moyenne de long terme  $\frac{\mu_v}{\beta}$

$\delta_v$  : La volatilité de la volatilité.

$\ell_t$  : Qui n'est pas indiqué ci-dessus, est la corrélation entre  $Z_s$  et  $Z_v$

Lorsque ( $\ell=0$ ) le processus du prix et celui de la volatilité ne sont pas corrélés,  $\delta_v$  est suffisante pour fournir un Kurtosis et une volatilité *smile* de Black et Scholes. Lorsque ( $\ell < 0$ ), les grands rendements négatifs correspondent à une volatilité élevée élargissant d'avantage le queue gauche vers la gauche.

D'autres part, lorsque le rendement est très élevé et la volatilité est faible, en conséquence la queue droite « s'écrase » en se rapprochant du centre. Ceci donnera lieu à une volatilité implicite faible à des prix d'exercices élevés et une volatilité Skew. Le contraire est juste lorsque ( $\ell > 0$ )

Etant donné, que la volatilité n'est pas un actif directement négociable, le mécanisme de couverture utilisé par Black-Scholes ne peut pas être appliqué et le principe d'évaluation neutre au risque sera modifié puisque la volatilité peut exiger une prime de risque. Différentes approches de ce problème ont été adoptées ; Hull et White (1987) supposent que le risque de volatilité n'est marqué d'un prix, Wings (187) suggère des spécifications diverses pour la prime de risque selon les différentes hypothèses établies relatives à la préférence du risque de la volatilité est proportionnelle à la variance, on peut ainsi extraire cette prime à partir du prix des options de la même manière dont la volatilité implicite a été extraire. Malgré la variété des approches adoptées, un consensus surgit sur le degré de biais de l'évaluation de Back-Scholes comme un résultat de la volatilité stochastique. Dans le cas où la volatilité est stochastique et ( $\ell = 0$ ), la formule d Back-Scholes exige un prix excessif pour les options proche de la monnaie (*near-the-money*) et à la monnaie (*at-the-money*) et le degré de fixation d'un prix

élevé s'accroît avec la maturité. D'autres part, cette formule suppose un prix trop bas pour les options dans et en dehors de la monnaie. En terme de volatilité implicite, cette dernière sera plus faible que la volatilité réelle tandis que la volatilité implicite qui est largement en dehors de la monnaie sera plus faible (*far-from-the-money*) (et ce tel que soit le prix d'exercice très élevé ou très faible) que la volatilité réelle. La présence d'un biais d'évaluation sera beaucoup plus difficile à prévoir, si ( $\ell$ ) est différent de zéro, il y'a ainsi une prime de risque pour supporter le risque de volatilité et si les deux valeurs varient à travers le temps.

Quelques travaux relatifs à la volatilité implicite des options se sont intéressés à l'élaboration d'un système de pondération optimale qui regroupe la volatilité implicite selon différents d'exercices. Puisque le graphique de la volatilité implicite en fonction des prix d'exercices peut prendre différentes formes, il n'est pas possible q'un système de pondération éliminera, d'une manière consistante, tous les erreurs d'évaluation. Pour cette raison ainsi que l'argument de la liquidité présenté ci-dessus, la volatilité implicite à-la-monnaie est fréquemment utilisée pour la prévision de la volatilité ce qui n'est pas le cas pour les volatilités implicites relatives à d'autres prix d'exercices.

### **2.2.3. La microstructure du marché et la mesure des erreurs de prévision**

Les premières études de la volatilité implicite soulèvent plusieurs problèmes d'estimations <sup>1</sup> tel que l'utilisation inappropriée du modèle de Black-Scholes concernant l'évaluation de type américain, l'omission des paiements de dividende, le prix de l'option et celui de l'actif sous-jacent ne sont pas rapportés au même temps et les anciens prix sont utilisés. Puisque les transactions peuvent prendre la valeur des cours acheteurs (ask) et vendeurs (bid), les prix de cotation des options et des actifs sous-jacents sont le sujet de la fourchette bid-ask provoquant ainsi une instabilité de l'estimation de la volatilité implicite. Finalement, pour le cas de l'option S & P100 ; le privilège d'une option joker est souvent omis. Dans des études plus récentes, beaucoup de ces erreurs de mesure ont été prises en considération. De nombreuses études utilisent les contrats à terme et des options sur contrats à terme car ces marchés sont plus actifs que les marchés liquides et par conséquent le moindre risque d'avoir des anciens prix.

Le modèle de Black-Scholes stipule les hypothèses suivantes : l'absence d'arbitrage, nullité des coûts de transactions et une échange continu. Le manque d'un tel environnement d'échange engendre une évaluation de l'option dans une bande autour du prix historique. Ceci

---

<sup>1</sup>Maykew (1995) fournit une discussion détaillée sur ces complications impliquées dans l'estimation de la volatilité impli cite à partir du prix des options et Hentschel (2001) fournit une discussion sur l'intervalle de confiance pour les estimations de la volatilité implicite

signifie que l'estimation de la volatilité implicite extraite à partir du prix de marché d'une option se situera dans une bande de même sans les complications désignées précédemment. Figlewski (1997) a constaté que l'estimation de la volatilité implicite peut différer par quelques points de pourcentage à cause de la fourchette bid-ask. et de l'échelon de cotation, pris tout seul. Pour faire disparaître les erreurs causées par la fourchette bid-ask, Harvey et Whaley (1992) ont utilisé une régression non linéaire des prix des options à la monnaie observés dans un intervalle de 10 minutes avant la clôture du marché sur les prix du modèle. L'indication d'un environnement d'échange non idéal est habituellement reflété par un faible volume de transaction : ceci signifie que la volatilité implicite des options souscrites sur les différents actifs sous-jacents aura un pouvoir de prévision différent.

Pour la plupart des contrats d'options, ceux qui sont à la monnaie ont le volume de transaction le plus élevé, ceci soutient en fait la popularité de la volatilité implicite à la monnaie

#### **2.2.4. Le préférence de l'investisseur au risque**

Dans le cadre du modèle de Black-Scholes, la préférence au risque par l'investisseur est non pertinente dans l'évaluation des options. Etant donné qu'on a déjà indiqué que les hypothèses de ce modèle sont non valides, ceci a en fait mener à l'émergence d'un phénomène intitulé « le risque du modèle ». Figlewski et Green (1999) ont simulé les positions d'un souscripteur des options sur S&P500, DM/USD, US LIBOR (*London Inter-Bank Offer Rate*) et le T-Bond en utilisant des données actuelles de liquidité sur une période de 25 ans. Le résultat le plus important de la simulation est que le Delta couvre les options pour une maturité courte, sans coûts de transaction et avec une connaissance parfaite de la volatilité réalisée, et en se terminant en moyenne par des pertes dans les quatre marchés. Ceci est une évidence claire du risque du modèle de Black-Scholes.

Dans certaines situations, la préférence au risque par l'investisseur surmènera la relation de l'évaluation neutre au risque. Figlewski (1997), par exemple, a fait une comparaison entre l'achat d'une option en dehors de la monnaie et l'acquisition d'un billet de loterie. Les investisseurs sont prêts à payer un prix qui est plus élevé que le prix d'équilibre car ils préfèrent la rentabilité potentielle et la prime de risque est assez faible de la telle manière que l'évaluation incorrecte devient négligeable. D'autres part, on a aussi trouvé des gestionnaires qui sont prêts à acheter des options put comparativement plus chers sous la crainte d'un effondrement de la valeur de leur portefeuille. Les deux types de comportements provoquent un prix de marché d'une option plus élevé. L'argument d'arbitrage n'a pas été traité ici parce qu'il y'a une préférence unique au risque (ou aversion) associée à quelques groupes

d'individus. Franke, Stopleton et Subrehmanyen (1998) ont fourni un modèle théorique dans lequel un tel environnement de transaction des options peut être analysé.

### **2.2.5. La mesure et la prévision de la volatilité implicite**

A partir de la discussion précédente, on peut conclure que la construction de VIX par Chicago Board of Options Exchange est un exemple de bonne pratique. VIX est un indice de volatilité composé par les volatilités implicites compilées à partir de huit options souscrites sur le S&P100. Il est construit de manière d'être à la monnaie (par la combinaison des options juste dans et juste en dehors de la monnaie) et il a toujours 28 jours constants pour atteindre l'échéance (par la combinaison des options qui sont les premières et les secondes les plus proches de 28 jours ciblés comme échéance).

Les prix de ces huit options composées par 4 calls et 4 puts, sont utilisés à fin de réduire tout biais d'évaluation et les erreurs de mesure causées par « le manque de fraîcheur » dans le niveau reporté de l'indice. Puisque les options souscrites sur le S&P100 sont de type américain, un modèle binominal ajusté par un dividende au comptant a été utilisé pour saisir l'effet d'un exercice prématuré.

Une fois l'estimation de la volatilité implicite est obtenue, elle est ajustée par  $\sqrt{n}$  pour avoir une prévision de la volatilité à l'échéance de n jours. Dans certains cas, un modèle de régression peut être utilisé à fin de s'ajuster au biais historique (Ederington et Guan (2000)) où la volatilité implicite peut être paramétrée dans un modèle GARCH / ARFIMA avec ou sans son propre ajustement de persistance (Daug et Lewis (1992), Blain, Poon et Taylor (2001), Hawang et Satchell (1992)).

Comme nous l'avons mentionné précédemment, la volatilité implicite est perçue comme une prévision du marché de la volatilité future, ainsi, cette prévision de la volatilité est basée sur le marché. Nous pouvons dire qu'elle doit être supérieure à la prévision de la volatilité à partir des séries temporelles. D'autre part et comme nous l'avons déjà expliqué au préalable la prévision basée sur un modèle d'option nécessite un certain nombre d'hypothèses à fin de fournir une estimation utile de la volatilité. En outre, les options implicites subissent elles aussi beaucoup d'irrégularité d'évaluation.

## **3. L'évaluation de la prévision**

La comparaison de la performance de prévision des modèles compétitifs est l'un des aspects les plus importants de l'exercice de prévision. Au contraire des efforts effectués dans l'élaboration des modèles de volatilité et de prévision, peu d'attention a été consacré à l'évaluation de la prévision.

### 3.1. la mesure des erreurs de prévision

Idéalement, un exercice d'évaluation est tenu de mesurer l'utilité relative ou absolue de la prévision de la volatilité aux investisseurs. Cependant, pour faire ceci on doit connaître le processus de décision qui inclura ces prévisions ainsi que les coûts ou les bénéfices qui résulteront de leur utilisation. Un autre critère basé sur l'utilité tel que celui utilisé par West, Edison et Cho (1993), exige quelques hypothèses à propos de la forme et la propriété de la fonction d'utilité. Dans la pratique ces coûts, bénéfices et la fonction d'utilité ne sont pas connus et il est fréquent de se servir des mesures suggérées par les statisticiens.

Les mesures d'évaluation les plus populaires utilisées incluent l'erreur moyenne (*Mean Error* (MR)), la moyenne des carrés des erreur (*Mean Square Error* (MSE)), la racine carrée de la somme des carrés des écarts (*Root Mean Error* (RMSE)) la moyenne des erreurs absolues (*Mean Absolute Error* (MAE)), et le pourcentage de la moyenne des erreurs absolues (*Mean Asolute Percent Error* (MAEE)). D'autre mesure moins utilisées comportent la moyenne logarithmique des erreurs absolues [*Mean Logarithm Absolute Error* (MLAE)], la statistique U-theil et LINEX. Supposant que le sujet d'intérêt est  $x_i$ ,  $\hat{x}_i$  est sa prévision et qu'il y a N prévisions. La mesure U-theil se présente comme suit :

$$U\text{-theil} = \frac{\sum_{i=1}^N (\hat{x}_i - x_i)^2}{\sum_{i=1}^N (\hat{x}_i^{BM} - x_i)^2} \quad (3.32)$$

Ou  $\hat{x}_i^{BM}$  : la prévision de référence (*Benchmark Forcast*), utilisé ici pour transférer l'effet de toute transformation scalaire appliquée à la variable x. Dans la fonction de perte LINEX présentée ci-dessous les erreurs positives sont pondérées différemment aux erreurs négatives.

$$LINEX = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \exp\left\{-\alpha(\hat{x}_i - x_i)\right\} + \alpha(\hat{x}_i - x_i) - 1 \right)$$

Le choix du paramètre  $\alpha$  est subjectif. Si  $\alpha > 0$ , la fonction est approximativement linéaire pour la sur prévision et exponentielle pour la sous prévision. Granger (1999) a décrit une variété des fonctions de coûts ou de perte non symétriques à la quelle appartient la fonction LINEX. Etant donné que la plupart des investisseurs veulent traiter les gains et les pertes différemment, l'utilisation de telles fonctions peut être recommandée mais elle n'est pas courante dans la littérature.

### **3.2. La comparaison des erreurs de prévision des différents modèles**

Dans le cas particulier où la distribution des erreurs d'un modèle de prévision domine celle d'un autre modèle, la comparaison est simple (1999). En pratique, c'est rarement le cas et la plupart des comparaisons sont effectuées en se basant sur une illustration moyenne de quelques mesures statistiques décrites dans 3.1. Pour une inférence statistique, West (1996), West, Cho (1995) et West et Mc Crasken (1998) ont montré comment les erreurs standards pour ME, MSE, MAE, et RMSE peuvent être extraites en tenant compte de la corrélation sérielle des erreurs dans l'élaboration des prévisions.

En général, la théorie asymptotique de West (1996) fonctionne seulement pour le système récursif, où les données récemment observées sont utilisées pour élargir la période de l'estimation. Toutefois, la méthode de la période roulante fixe de l'estimation, où les données les plus anciennes sont supprimées chaque fois que des données récentes sont ajoutées, peut être plus appropriée s'il y a une non stationnarité ou une variation avec le temps dans l'estimation des paramètres du modèle.

Diebold et Mariano (1995) proposent trois tests pour «une performance égale» entre deux modèles de prévision. Les tests établissent un rapport entre l'erreur de prévision de quelques fonctions très générales de perte et analysent le différentiel de perte extrait à partir des erreurs fournies par les deux modèles concurrents. Ils comportent un test asymptotique qui corrige la corrélation des séries de deux tests d'un échantillon fini exacte basés sur un test de signe et un test de Wilcoxon de rang signé. Les résultats de simulation montrent que ces tests vigoureux pour les erreurs de prévision non normales qui ont une moyenne non nulle et qui sont sériellement et continûment corrélées. Les deux tests basés sur le signe continuent en particulier à bien fonctionner pour les petits échantillons.

Au lieu de faire des significations statistiques, la performance d'un modèle peut être jugée en se basant sur quelques mesures de signification économique les exemples d'une telle approche incluent l'amélioration du portefeuille basé sur les prévisions de la volatilité (Feming, Kirby et Ostdiek (2000-2001)). Certaines études testent la performance d'une prévision par la mesure de l'impact sur les erreurs d'évaluation d'une option (Karolyi(1993)). Dans ce cas, s'il y a une erreur d'évaluation dans le modèle de l'option, l'erreur de prévision de la volatilité sera annulée lorsque la volatilité implicite est réintroduite dans la formule d'évaluation. Ainsi, il n'est pas surprenant que l'évaluation qui se base sur la comparaison des erreurs d'évaluation des options favorise souvent la méthode de la volatilité implicite au détriment de toutes les autres méthodes des séries temporelles.

### 3.3. L'efficacité de la prévision basée sur la régression et le test d'orthogonalité

La méthode fondée sur la régression pour examiner le contenu informationnel des prévisions nécessite la régression de la valeur actuelle  $x_i$  sur la prévision  $\hat{x}_i$  comme suit :

$$x_i = \alpha + \beta \hat{x}_i + v_i \quad (2.34)$$

En s'intéressant à la prévision, cette dernière est non biaisée seulement si ( $\alpha = 0$  et  $\beta = 1$ ).

Les erreurs standards du paramètre de l'estimation sont souvent calculées en se basant sur la méthode de Hansen et Hodrick (1980) puisque le terme d'erreur,  $v_t$  est hétéroscédastique et sériellement corrélés. Dans les cas où il y a plus qu'un modèle de prévision, les prévisions supplémentaires sont ajoutées à droite de l'équation (2.34) pour vérifier le pouvoir explicatif. Un tel test de prévision remonte à Theil (1996), Ehong et Hendry (1986), et Fair et Shiller (1989,1990) donnant une présentation théorique supplémentaire de cette méthode pour tester l'efficacité d'une d'une prévision. On dit que la première prévision incorpore l'information connue dans les autres prévisions si ces prévisions supplémentaires n'augmentent pas d'une manière significative le ( $R^2$ ) de la régression ajustée.

Alternativement, un test d'orthogonalité peut être effectué par la régression des résidus de l'équation (2.34) sur les autres prévisions. Si ces prévisions sont orthogonales, c'est à dire ne contiennent pas des informations supplémentaires, alors les coefficients de la régression ne sont pas différents de zéro.

Puisqu'il est utile d'avoir une prévision non biaisée, il est important de distinguer entre le biais et le pouvoir prédictif. Une prévision biaisée peut avoir un pouvoir prédictif si le biais peut être corrigé. Une prévision non biaisée est inutile si les erreurs de la prévision sont toujours grandes. Pour que ( $r$ ) soit considéré comme une bonne prévision,  $\text{Var}(v_i)$  devrait être petite et ( $R^2$ ) pour la régression devrait tendre vers 100%. Blair, Poon et Taylor (2001) ont utilisé la proportion de la variabilité expliquée,  $P$ , pour mesurer le pouvoir prédictif

$$P = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \hat{x}_i)^2}{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu_x)^2} \quad (2.35)$$

Le ratio à droite de l'équation (2.35) compare la somme des carrés des erreurs de la prévision (supposant  $\alpha=0$  et  $\beta=1$  dans (2.34)) avec la somme des carrés des variations de ( $x_i$ ).

( $P$ ) compare la quantité des variations dans les erreurs de la prévision avec celle de la volatilité actuelle. Si les erreurs de la prévision sont faibles, ( $P$ ) est plus proche de 1. Etant

donné que le modèle de régression qui a fournit (2.35) est plus restrictif que celui qui a fournit (2.34) (P) semble être plus petit que le  $R^2$  conventionnel. (P) peut aussi être négatif puisque le ratio à droite de l'équation (2.35) peut être plus grand que 1. Un (P) négatif indique que les erreurs de prévision ont un volume de variation plus grand que la volatilité actuelle, ce qui n'est pas une caractéristique désirable pour un modèle de prévision bien établi.

### 3.4. L'utilisation du carré des rendements comme Proxy de la volatilité actuelle

Etant donné que la volatilité est une variable latente, la volatilité actuelle,  $x_i$  est souvent estimée à partir d'un échantillon en utilisant l'équation (2.1) qui n'est pas entièrement satisfaisante lorsque la taille de l'échantillon est faible. Avant que les données de haute fréquence deviennent largement disponibles, un grand nombre de chercheurs a eu recours au carré des rendements journaliers, calculés à partir du prix de clôture du marché, comme Proxy de la volatilité journalière. Comme il a été montré par Lapez (2001), dès que  $(\varepsilon_t^2)$  est un estimateur non biaisé de  $(\delta_t^2)$  elle est très imprécise à cause de sa distribution asymptotique. En supposant que :

$$\gamma_t = \mu + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t = \delta_t z_t \quad (2.36)$$

Et  $z_t \rightarrow N(0,1)$  ainsi  $E\left[\frac{\varepsilon_t^2}{\phi_{t-1}}\right] = \delta_t^2 E\left[\frac{z_t^2}{\phi_{t-1}}\right] = \delta_t^2$

Puisque  $z_t \rightarrow x_{(1)}^2$ , Toutefois, puisque la médiane d'une distribution  $x_1^2$  est 0.455,  $\varepsilon_t^2 < \frac{1}{2} \delta_t^2$

Pour plus que 50% au temps .En effet,

$$\Pr\left(\varepsilon_t^2 \in \left[\frac{1}{2} \delta_t^2, \frac{3}{2} \delta_t^2\right]\right) = \Pr\left(z_t^2 \in \left[\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right]\right) = 0.2588$$

Ce qui signifie que  $(\varepsilon_t^2)$  est 50% plus grand ou plus petite que  $(\delta_t^2)$  pour presque 75% du temps.

Sous cette hypothèse nulle relative aux rendements dans l'équation (2.36) qui sont générés par un processus GARCH (1.1), Anderson et Bollerslev (1998) montrent que la population ( $R^2$ ) pour la régression :

$\varepsilon_t^2 = \alpha + \beta \widehat{\delta}_t^2 + v_t$  est égale à  $K^{-1}$  où K est le Kurtosis des innovations standardisées et il est fini. Pour les erreurs conditionnelles Gaussiennes, le ( $R^2$ ) à partir d'un modèle GARCH (1,1) correctement spécifié est limité d'en haut par  $\frac{1}{3}$ , Christodoulakis et Satchell (1998) ont

étendu ces résultats pour inclure un composé des distributions normales et celles de la classe de Gram-Charlier et ils ont montré que la mauvaise appréciation de la performance de prévision semble être affectée par la non normalité connue actuellement dans les données financières. En conséquence, l'utilisation de  $(\varepsilon_t^2)$  comme proxy de la volatilité provoque un  $(R^2)$  faible déterminant la conclusion concernant l'exactitude de la prévision. Blair, Poon et Taylor (2001) ont signalé une augmentation de  $(R^2)$  de 3 à 4 fois pour une prévision à un jour lorsque le carré des rendements intrajournaliers de 5 minutes a été utilisé à la place du carré des rendements journaliers comme proxy de la volatilité actuelle.

### **3.5. D'autres problèmes inhérents à l'évaluation des prévisions**

Dans toutes les évaluations des prévisions, il est important de distinguer entre les prévisions dans l'échantillon et celles hors échantillon. Une prévision dans l'échantillon, qui est basée sur des paramètres estimés en utilisant toutes les données dans l'échantillon, suppose implicitement que l'estimation des paramètres est stable à travers le temps. En pratique, la variation temporelle de l'estimation des paramètres est un problème critique pour la prévision. Un bon modèle de prévision doit être celui qui peut résister sur la période hors échantillon ; un test qui est plus proche de la réalité.

Une question qui n'a pas été proposée précédemment est si la volatilité,  $(x)$ , dans (2.32), (2.33) et (2.34) et (2.35) devrait être un écart type ou une variance ? La complication générée par ce choix doit être combinée avec le choix de la mesure de performance (exemple MAE ou MDSE). Le carré d'une variance d'erreur est la quatrième puissance de la même erreur mesurée à partir de l'écart type. Ceci peut compliquer d'avantage le travail d'évaluation de la prévision, étant donné la difficulté d'estimer un moment d'ordre 4 avec les distributions courantes sans parler de celles aux queues épaisses en finance. L'intervalle de confiance de la statistique de l'erreur moyenne peut être très large lorsque les erreurs de prévision sont mesurées à partir des variances et plus mauvais si ces erreurs sont prises au carré. Ceci rend difficile la distinction entre les méthodes alternatives de prévision. Pour cette raison, on peut encore considérer l'utilisation d'une transformation logarithmique (Payanet ,Schwert (1990)) comme une réduction de l'impact des extrêmes. Davidian et Cauroll (1987) ont avancé les mêmes remarques dans leur étude concernant l'estimation de la fonction variance pour une régression hétéroscédastique. Plus récemment, Anderson, Bollerslev, Diebold et Laybys (2001) et Anderson, Bollerslev, Diebold et Ebens (2001) ont trouvé que les volatilités réalisées estimées à partir des données sur les devises et les rendements des actions à haute fréquence sont approximativement log normales. Ces résultats sont généralement cohérents

avec le fait que (x) est une volatilité logarithmique Bollerslev et Ghysles (1996) ont proposé en outre une version de la MSE ajustée par l'heteroscédasticité appelée HMSE où :

$$HMSE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[ \frac{x_{T+1}}{\hat{x}_{T+1}} \right]^2$$

Dans ce cas, l'erreur de prévision est, en fait, ajustée par la volatilité actuelle.

## 4. la volatilité basée sur des données à haute fréquence

La volatilité réalisée est calculée à partir des revenus observés durant des intervalles de temps de tailles différentes. Des estimateurs de la volatilité basés sur des revenus de hautes fréquences sont proposés, mais de tels estimateurs sont connus d'être très biaisés. Ce biais provient des effets de microstructure dans la formation des prix mais il peut être filtré des séries de prix "instant-par-instant" (tick-by-tick). Avec ces prix filtrés, la volatilité peut être estimée en utilisant l'information contenue dans les données de haute fréquence, fournissant ainsi une mesure de volatilité à haute précision dans n'importe quel intervalle de temps.

### 4.1. Définitions des estimateurs de la volatilité

#### 4.1.1. Le processus de prix avec un terme incohérent

A fin de motiver les définitions de la volatilité que nous avons utilisé, nous devons décrire brièvement le processus des prix "instant-par-instant" (tick-by-tick) développé par (Corsi et Al. 2001). L'évolution du prix est décrite dans un temps instantané (tick time) avec un indice intégré (j). Le processus évolutif du temps t (j) est décrit par un autre processus. Par exemple, pour les simulations de Monte Carlo, les accroissements du temps sont pris comme un simple processus de poisson.

Les prix logarithmiques observés x (j) sont donnés par :

$$x(j) = \tilde{x}(j) + \mu(j) \quad (2.37)$$

Avec  $\tilde{x}(j)$  est un "vrai" prix inobservé, qui suit un processus de diffusion continue. Le terme incohérent  $\mu(j)$  est supposé être (i, i, d); un bruit blanc avec une moyenne nulle et une variance  $\eta^2$   $\mu(j) \sim (i.i.d) (0, \eta^2)$ . Aucune autre supposition relative à la distribution de n'est faite. Le modèle simple de  $\tilde{x}$  est une marche aléatoire avec :

$$\tilde{x}(j) = \tilde{x}(j-1) + \tilde{r}(j) \quad (2.38)$$

Avec le revenu  $\tilde{r}(j) \sim (i.i.d) (0, \delta^2)$ . Pour ce processus le revenu instantané observé est :

$$r(j) = x(j) - x(j-1) = \tilde{r}(j) + \mu(j) - \mu(j-1) \quad (2.39)$$

Et le ( $k^{ième}$ ) revenu instantané se présente ainsi:

$$r_k(j) = x(j) - x(j-1) = \tilde{r}_k(j) + \mu(j) - \mu(j-1) \quad (2.40)$$

Les termes  $\mu$  dans ces équations indiquent une forte déviation pour des petits intervalles de temps à partir du comportement habituel de la marche aléatoire.

La variance du revenu instantané observé est la suivante:

$$E(r_t^2) = \delta^2 k + 2\eta^2 \quad (2.41)$$

Et la corrélation retardée de  $r_k$  est :

$$C(h) = \begin{cases} -\eta^2 / (\delta^2 k + 2\eta^2) & \text{pour } h = 1 \\ 0 & \text{pour } h > 1 \end{cases}$$

Pour des données typiques  $FX$ , la valeur empirique de  $\mu^2$  est de l'ordre de  $2\delta^2$ , indiquent qu'à un horizon de temps instantané le terme incohérent domine quantitativement le composant de la marche aléatoire. En outre, en calculant les volatilités pour des horizons de temps très courts, ce terme doit être calculé. Avec une agrégation du temps, le composant de la marche aléatoire  $\tilde{r}[\Delta t] = \hat{x} - \hat{x}(t - \Delta t)$  augmente puisque  $E[\tilde{r}^2[\Delta t]] \rightarrow \Delta t \delta^2$  cependant le terme incohérent a une augmentation non significative  $E[(\mu(t) - \mu(t - \Delta t))^2] \sim 2\mu^2$ . Pour un horizon de temps journalier la marche aléatoire domine et l'effet incohérent peut être négligé.

Le modèle 2 implique que pour des intervalles de temps très petits, nous ne devons pas avoir une marche aléatoire avec un prix bien défini, mais une distribution des prix autour d'un certain "consensus" de prix. Ceci est une nouveauté par rapport aux modèles courants qui supposent un prix fixe à chaque point du temps. Des modèles similaires ont été développés par (Moody et Wu (1997), Moody et Wu(1998), Zhou, (1996)).

Ce modèle diffère aussi du processus du modèle utilisé par (Zhou (1996)). Nous avons utilisé une description en temps instantané, avec une volatilité constante entre les instants donnée par ( $\delta$ ). Zhou a utilisé un processus continu sous-jacent en temps physique avec une volatilité constante observée à un instant du temps  $t$  ( $j$ ).

A cause de l'échelonnement de la marche aléatoire, la volatilité et les estimateurs de la volatilité dépendent de l'horizon du temps au cours duquel ils ont été mesurés. Il est plus convenable de changer cet échelonnement et de reporter toujours la volatilité à un temps de référence, qui est souvent égale à un an. Ceci est fait, par exemple, avec la définition de l'estimateur "naïf" comme suit:

$$\delta^2[\Delta t, \delta t] = \frac{1}{\delta t} \frac{1}{n} \sum_t r^2[\delta t](t)$$

Où la somme se fait durant l'intervalle du temps  $\Delta t$ ,  $n$  est le nombre de termes dans la somme, et  $1$  y réfère à  $1$ an. Ainsi, la volatilité est à un ordre de conduite indépendant des paramètres  $\Delta t$  et  $\delta_t$ , avec  $E[\delta^2[\Delta t, \delta_t]] \approx \delta^2$ , et elle est numériquement comparable à la volatilité relative aux changements annuels des prix. Cette discontinuité de la mesure de l'horizon du temps  $\delta$  est appelée "annualisation". Toutes les définitions suivantes sont annualisées directement y compris les définitions "tick-by-tick", permettant ainsi à toutes les volatilités d'être comparées en dépit des valeurs des paramètres.

#### 4.1.2. Les volatilités utilisant des données journalières

Plusieurs définitions pour mesurer la volatilité se basant sur des données journalières existent. L'estimateur de volatilité la plus simple est le carré des revenus journaliers:

$$\{r[1d](t)\}^2$$

D'un point de vue statistique, cet estimateur est très mauvais. Par exemple pour une marche aléatoire Gaussienne, la racine de la moyenne des erreurs au carrées (RMSE), du  $r^2[1d]$  est  $141\% \delta^2$ . Cette définition a l'avantage de ne pas être liée par une moyenne avec les données historiques.

L'estimateur utilisant des données journalières le plus connu est la Riskmetric:

$$\delta^2_{RiskMetric}(t) = \mu \delta^2_{RiskMetric}(t-1d) + (1-\mu)r^2[1d](t) \quad (2.42)$$

Avec un coefficient  $\mu$  constant égale à  $0.94$ . Cette formule correspond à une moyenne exponentielle aléatoire avec la caractéristique du temps  $\tau$  donnée par la formule suivante,  $\mu = \exp(-1d/\tau)$  or  $\tau \approx 16$  jours d'échange  $\approx 3$  semaines. Cette valeur peut être assimilée à un compromis imposé par les données journalières entre avoir un bon estimateur statistique, pour lequel un intervalle de temps plus long est exigé, et la dynamique de court terme de la volatilité, par lequel la plupart des informations est dans le passé le plus proche.

Grâce à ce compromis, la valeur  $\mu=0.94$  fournit une estimation raisonnable, en dépit des séries de temps.

#### 4.2. Les séries temporelles régulières de la volatilité

L'estimateur de la volatilité réalisée est défini par la somme des carrés des revenus pour des séries temporelles artificielles et régulières des prix logarithmiques  $X_{RTS}(t)$ . La définition usuelle de la volatilité « annualisée » durant un intervalle de temps  $\Delta t$  est donnée par :

$$\delta^2_{RTS}[\Delta t, \delta_t](t) = \frac{1}{n} \sum_{t-\Delta t+\delta_t \leq t' \leq t} r^2[\delta_t](t') \quad (2.43)$$

Où le revenu annualisé est défini par :

$$r[\delta_t](t) = \sqrt{\frac{1y}{\delta_t}} (x_{RTS}(t) - x_{RTS}(t - \delta_t)) \quad (2.44)$$

$$n = \sum_{t-T+\delta_t \leq t' \leq t}$$

Avec :

$X_{RTS}$ : des séries temporelles régulières (RTS) espacées par (RTS) des prix moyens logarithmiques. Cette quantité exige d'être calculée avec une certaine procédure d'interpolation à partir des séries temporelles "tick-by-tick" des prix irrégulièrement espacées.

( $\delta_t$ ) désigne : les revenus annualisés observés durant un intervalle de temps de taille  $\delta_t$ .

1 y: la période de normalisation de 1an.

$\Delta t$  : la largeur de la fenêtre de changement durant laquelle la volatilité est calculée.

n: le nombre des observations des revenus dans un intervalle  $\Delta t$ . Dans le cas général des intervalles de revenus pas trop larges, le nombre des observations est  $n = \Delta t / \delta_t$ .

Cette définition contient deux paramètres de temps,  $\Delta t$  et  $\delta_t$ .

Quelques études ont montré (exemples, [Anderson et al, 2001 a, Corsi et al. 2001]) que cet estimateur est fortement biaisé pour des petits intervalles temporels des revenus  $\delta_t$  à cause du composant incohérent inclu dans le processus du prix.

Ceci limite l'utilité d'un tel estimateur. D'autre part, il est possible de filtrer le composant incohérent des prix logarithmiques moyens. Ainsi nous pouvons utiliser l'estimateur (2.43) des séries filtrées des prix avec des petits intervalles de temps  $\delta_t$ , tel qu'il a été suggéré par [Corsi et al. 2001]. Un tel filtre peut se baser sur une représentation MA(1) pour les revenus qui peut être inversée pour aboutir à un filtre (EMA) avec un paramètre dépendant du retard d'une corrélation pour les revenus "tick-by-tick". (Corsi et al.) ont montré que pour les intervalles temporels des revenus ( $\delta_t$ ), l'estimateur (2) n'a pas souvent de biais.

## 4.2. Les volatilités « tick-by-tick »

### 4.2.1 La volatilité Zhou

(Zhou (1996)) a été le premier auteur qui a signalé les problèmes induits par l'effet incohérent lorsque l'estimation des volatilités se fait à partir des données à haute fréquence et il a proposé un estimateur de la volatilité qui la corrige. L'estimateur de Zhou se présente comme suit :

$$\delta_{Zhou}^2 [\Delta t, K](t) = \frac{1y}{\Delta t} \frac{1}{K} \sum_{t-\Delta t \leq (i) \leq t}^N r_K^2(j) + 2r_K(j)r_K(j-K) \quad (2.45)$$

Où la somme  $\sum t(j)$  est pour tous les instants entre  $t - \Delta t$  et  $t$ . le terme  $r_k$  est donné par un revenu instantané ( $k$ ). Pour  $k > 1$ , cette définition utilise des revenus chevauchés. Essentiellement l'estimateur « naïf »  $r_k^2 \square K \delta^2 + 2\eta^2$  est corrigé par le terme  $2r_k (j) r_k (j-k) \sim 2\eta^2$ . A cause de la large résiliation entre les deux estimateurs pour la variance et le retard de  $(-k)$  covariances, l'estimation résultante peut être négative. La non positivité de cette définition est un désavantage sérieux, particulièrement sil le nombre des instants dans l'intervalle  $\Delta t$  n'est pas assez large. Ceci peut être corrigé en prenant la partie positive de la volatilité, mais une volatilité nulle n'est pas bonne non plus.

Un autre inconvénient de cette formule est d'être analytiquement encombrante. Un ensemble des revenus et du temps doit être conservé car le nombre des instants dans l'intervalle  $\Delta t$  n'est pas constant. Ceci implique que la mémoire exigée n'est pas fixe et elle augmente avec  $\Delta t$  et la fréquence instantanée. Le problème peut être résolu lorsque les valeurs de l'estimateur sont exigées seulement à des points de temps réguliers séparés avec  $\tau$  disant à chaque heure, et avec  $\Delta t = p$  et  $\tau$  avec  $p$  un nombre entier. Dans ce cas, l'estimateur peut être écrit comme une double somme durant  $p$  et  $\tau$ , et la mémoire exigée est fixée par un ensemble de longueur  $p$ .

#### 4.2.2. La volatilité Zhou avec une covariance estimée dans un échantillon large

L'estimateur précédent peut être modéré en mesurant la correction incohérente dans un intervalle de temps plus long. Ceci doit réduire la variance, et par la suite la probabilité d'avoir des valeurs négatives. Dans cette direction, quelques variations de l'estimateur Zhou peuvent être indiquées.

Un estimateur possible se présente de la manière suivante :

$$\delta^2_{zhoor-LC}[\Delta t, \Delta t', k](t) = \frac{1}{\Delta t} \frac{1}{k} \left( \sum_{t-\Delta t \leq (i) \leq t} r_k^2(j) + \frac{n[\Delta t](t)}{n[\Delta t'](t)} \sum_{t-\Delta t' \leq (i) \leq t} r_k(j) r_k(j-k) \right) \quad (2.47)$$

$$n[\Delta t](t) = \sum_{t-\Delta t \leq (i) \leq t} \quad (2.48)$$

Où  $n[\Delta t](t)$  est le nombre des instants entre  $t - \Delta t$  et  $t$ . essentiellement, le ratio de covariance  $[\Delta t'] / n[\Delta t']$  mesure le terme incohérent par instant durant l'intervalle  $\Delta t'$ . La valeur du paramètre  $\Delta t'$  exige d'être choisie assez large pour obtenir un bon estimateur, typiquement de l'ordre de quelques semaines. Une autre fois cette formule peut donner des valeurs négatives.

On fait alors recours à l'estimateur Zhou avec une large covariance  $\delta^2_{Zhou+LC}$ .

$$\delta^2[\Delta t, \Delta t', k](t) = \frac{1}{\Delta t} \frac{1}{k} (1 + 2\varepsilon[\Delta t'](t)) \sum_{t-\Delta t \leq (i) \leq t} r_k^2(j) \quad (2.49)$$

$$\varepsilon[\Delta t'](t) = \frac{\sum_{t-\Delta t' \leq t(i) \leq t} r_k(j)(j-k)}{\sum_{t-\Delta t' \leq t(i) \leq t} r_k^2(j)} \quad (2.50)$$

Où  $\varepsilon[\Delta t']$  est le retard de la corrélation (K) mesuré dans l'intervalle  $\Delta t'$ . L'analyse de saisonnalité des données empiriques a montré que la covariance est constante alors que la variance a une dépendance avec le respect du temps dans la semaine. Ceci induit une saisonnalité dans la corrélation, et aussi une dépendance non désirée avec le respect du paramètre  $\Delta t'$  dans l'estimation de la volatilité.

#### 4.2.3. La variation quadratique

Comme le filtre incohérent développé par (Corsi et al. 2001) nous permet de changer le composant incohérent, nous pouvons utiliser un estimateur « naïf » basé sur les revenus au carré des prix filtrés. On nomme cet estimateur « la variation quadratique » puisqu'il correspond à l'estimateur usuel de la volatilité quadratique pour une marche aléatoire.

$$\delta_{Qv}^2 [\Delta t, k](t) = \frac{1}{\Delta t} \frac{1}{k} \sum_{t-\Delta t \leq t(j) \leq t} r_{f,k}^2(j) \quad (2.51)$$

Où  $r_{f,k}$  est le revenu des (k) instants calculé à partir des prix filtrés  $x_f$ . Comme l'objectif est de calculer la volatilité des données filtrées, aucun changement, ni correction de la volatilité ne nécessitent d'être établis.

#### 4.2.4. La volatilité Zhou biaisée corrigée

Si le processus de diffusion  $\hat{x}(j)$  (voir équation 2) n'a pas une volatilité constante  $\delta^2$ , alors l'estimateur (14) est biaisé pour K supérieur à 1. Ce biais provient essentiellement de l'utilisation des revenus chevauchés dans la somme de l'équation (14). Dans le cas où  $k=2$  une simple algèbre indique que le biais est introduit par le premier et le dernier terme dans la somme de l'équation (14).

Ainsi, le biais corrigé de l'estimateur de la volatilité Zhou peut être défini en ajustant convenablement l'estimateur pour les termes qui introduisent le biais. Pour simplifier la formule, nous prenons en compte seulement les deux termes qui rendent biaisé l'estimateur Zhou avec  $k+2$ . La version biaisée corrigée est donnée par :

$$\delta_{Zhou-BC}^2 [\Delta t, k(t)](t) = \delta_{Zhou}^2 [\Delta t, k](t) + \delta v [\Delta t, k](t) \quad (2.52)$$

$$\delta v [\Delta t, k](t) = \frac{1}{\Delta t} \frac{k-1}{k} (\{r_1^2(j_a) + 2r_1(j_a)r_1(j_{a-1})\} - \{r_1^2(j_b) + 2r_1(j_b)r_1(j_{b-1})\}) \quad (2.53)$$

Où  $\delta v [\Delta t, k](t)$  indique la correction du biais et  $t(j_a)$  et  $t(j_b)$  sont les temps de l'arrivée des instants immédiatement avant  $t - \Delta t$  et  $t$ , respectivement. Evidemment, l'estimateur Zhou

biaisé corrigé est égale à l'estimateur Zhou (non corrigé) Si  $K=1$ . De plus, il est facile de montrer que l'estimateur est non biaisé pour  $K=2$ . Pour  $K>2$ , cet estimateur reste biaisé mais la correction du biais élimine les termes les plus grands causants ce biais. (Tous les autres termes sont multipliés par le facteur  $(k-i)/k, 2 \leq i \leq k-1$  au lieu du facteur  $(k-1)/k$  dans l'équation. Nous notons aussi que le facteur d'annualisation de l'équation (2.52) et (2.45) est corrigé seulement. S'il y'a une arrivée des instants exactement au temps  $(t - \Delta t)$  et  $t$ . Dans notre étude on s'est assuré que la volatilité est toujours calculée dans l'intervalle de temps  $[t(j_a), t(j_b)]$  et l'estimateur de la volatilité est additionnellement corrigé par le facteur  $\Delta t / (t(j_b) - t(j_a))$ . Cette dernière correction est importante dans le cas où il y'a des lacunes.

#### 4.2.5. Autres définitions de la volatilité instantanée

La sensibilité des estimateurs de la volatilité avec le respect du terme incohérent est introduite par le terme  $(r^2)$  dans la formule (2.45) Une manière d'éviter ce terme consiste à prendre les revenus chevauchés, mais à des points de temps différents. Ceci induit la formule suivante :

$$\delta^2_{\text{alternate}} [\Delta t] = \frac{1}{\Delta t} \frac{1}{k - M} \sum_{t - \Delta t \leq t(i) \leq t} r_k(j) r_k(j - m) \quad \text{avec } 1 < m < k \quad (2.54)$$

Cette définition peut aussi donner des valeurs négatives. En l'appliquant aux données empiriques et à la simulation de Monte Carlo, cet estimateur se comporte d'une manière similaire à l'estimateur Zhou. De plus, il est impossible d'améliorer cet estimateur le long de l'enchaînement décrit dans la section (2.4.2)

### 4.3. Les propriétés des estimateurs de la volatilité

#### 4.3.1. Le processus du test de Monte Carlo

Comme la volatilité réelle est connue pour les données empiriques, nous avons utilisé les simulations de Monte Carlo pour évaluer les propriétés des estimateurs variés de la volatilité. Les simulations sont élaborées avec une marche aléatoire à volatilité constante ou avec un modèle GARCH (1.1). Dans ces simulations, la volatilité réelle à chaque temps ( $t$ ) est connue, et cette volatilité « instantanée » peut être intégrée le long d'un intervalle  $\Delta t$ , disant d'un jour, afin d'obtenir la « vraie » volatilité intégrée  $\delta^2_{\text{intégrée}}$  (certains auteurs nomment cette dernière la volatilité réalisée). Ainsi, ces estimateurs variés peuvent être utilisés comme des références par rapport à cette volatilité.

Pour plus de détails, le processus des simulations de Monte Carlo se présente de la manière suivante. Le « vrai » prix non observé  $\tilde{r}(j)$  suit un processus de temps instantané :

$$\hat{x}(j) = \hat{x}(j-1) + \hat{r}(j) \quad (2.55)$$

$$\hat{r}(j) = \delta_{eff}(t)\varepsilon(t)$$

Les résidus  $\varepsilon(t)$  sont (i.i.d) avec  $E(\varepsilon(t))=0$  et  $E[\varepsilon^2(t)]=1$ . Pour toutes les simulations, les résidus sont pris à partir d'une distribution (t) de Student avec 6 degrés de liberté. Ceci assure que la distribution des revenus a un degré élevé de Kurtosis, et cette valeur numérique est cohérente avec les données empiriques observées à haute fréquence. Le processus sous-jacent de la volatilité doit être :

(i) Constant avec  $\delta_{eff} = 1$

(ii) avec une dynamique GARCH (1,1) avec des paramètres correspondants à une volatilité moyenne annualisée  $E[\delta_{eff}^2] = 1$  et une caractéristique du temps de la décennie de la fonction d'autocorrélation de la volatilité de  $z_{corr}=10$  jours.

L'intervalle du temps  $\delta_t$  entre les prix simulés est pris arbitrairement (i.i.d) à partir d'une distribution exponentielle (processus de Poisson). La « vraie » volatilité intégrée est calculée avec :

$$\delta_{int\ egrée}^2 [\Delta t](t) = \sum_{t-\Delta t \leq t(j) \leq t} \delta_{eff}^2(j) \quad (2.56)$$

et  $\Delta t = 1$  jour

Les prix logarithmiques observés  $x(j) = \hat{x}(j) + \mu(j)$  sont obtenus en ajoutant le terme aléatoire incohérent au « vrai » prix. Nous avons pris une distribution Gaussienne pour  $\mu$ , avec une covariance  $\mu^2$  du processus du « vrai » prix par :

$$\mu^2 = z^2 \frac{E[\delta t] \delta^2}{1 y}$$

Avec  $E[\delta t]$  l'intervalle moyen du temps. Le facteur  $z^2$  fixe le niveau incohérent du bruit. Toutes les simulations sont faites avec  $z^2=2$ , en cohérence avec la valeur empirique résultante de l'utilisation des données de Reuters (Corsi et al 2001), le terme incohérent domine le composant de la marche aléatoire pour un niveau instantané par un facteur (2).

Les prix logarithmiques observés  $x(j)$  sont toujours les inputs pour les estimateurs variés de la volatilité. Ainsi, l'inexactitude des estimateurs émane du calcul des revenus avec  $\hat{r} = \delta_{eff} \varepsilon$  et forme l'addition du composant incohérent aux prix  $x = \hat{x} + \mu$ .

Dans les études précédentes, nous avons inclus les estimateurs suivants : les revenus journaliers carrés  $[r[1d]]^2$ , Riskmetric  $\delta_{RiskMetric}^2$  les séries temporelles régulières (non filtrées) de la volatilité  $\delta_{RTS}^2 [1d,30']$  avec un intervalle temporel du revenu de 30 minutes, les séries

temporelles régulières filtrées de la volatilité  $\delta^2_{Zhou-LC} [1d, \Delta t']$  avec le terme incohérent mesuré dans  $\Delta t' = 10 \text{ jours}$ , la volatilité Zhou filtrée (le filtré incohérent suivi par un estimateur Zhou), et les variations quadratique filtrées.

Nous définissons l'erreurs de l'estimation par :

$$\Delta \delta^2 = \delta^2 - \delta^2_{int\ ergrée} \quad (2.56)$$

Où,  $\delta^2$  est l'un des estimateurs déjà étudié.

#### 4.3.2. Test d'efficience

L'interprétation des simulations est assez compliquée car quelques facteurs compétitifs influencent l'erreur d'estimation des différents estimateurs. Premièrement, l'augmentation du facteur d'agrégation (k) utilisé pour mesurer les revenus ( $r_k$ ) pour (k) instants pris à part est une manière efficace pour réduire le terme incohérent. Ceci est basé sur les différentes propriétés d'agrégation de la marche aléatoire et du terme incohérent, et le fait de prendre un (k) plus grand fait réduire le composant incohérent. Deuxièmement, en augmentant (k) la dépendance entre  $r_k(j)$  et  $r_k(j+1)$  augmente, et ainsi le nombre effectif des termes indépendants diminue. Ces deux facteurs compétitifs conduisent à une valeur optimale pour (k). Troisièmement, le filtre incohérent appliqué aux séries des prix est une bonne manière de réduire le bruit incohérent. Puisque la variance des  $\sum r^2_k$  est directement influencée par le niveau du composant incohérent en le réduisant, elle minimise la variance de l'estimateur Zhou. Quatrièmement, le filtre est correctement, spécifié seulement pour une marche aléatoire avec une volatilité constante, ce qui n'est pas le cas du processus GARCH ou pour les données empiriques. De plus, toujours après la filtration, le fait de corriger une autre fois le composant incohérent dans l'estimateur de la volatilité aide à réduire l'erreur de l'estimation. Tous ces quatre facteurs compétitifs influencent ensemble les résultats de simulations rendant ainsi tout le contexte très complexe. Les propriétés majeures des données empiriques s'articulent autour des fortes saisonnalités journalières et hebdomadaires induites par le cycle des activités humaines. Afin de tester la robustesse cette variété d'estimateurs avec le respect des changements des modèles de la volatilité, nous avons simulé « des horreurs hebdomadaires » artificielles qui incluent des modèles forts de la volatilité et le taux des instants. Les simulations sont faites par une simple marche aléatoire de Student avec une volatilité  $\delta^2 = 1$ . Les intervalles de temps entre les instants sont aléatoires, avec un taux de référence anticipé des instants de l'ordre de (12). Un terme incohérent est ajouté aux prix avec une intensité de  $z^2=2$ . Les volatilités sont mesurées chaque heure et ont aussi un nombre très petit d'instant.

Les résultats de cette simulation et du test d'efficience se présentent comme suit :

- Les meilleurs estimateurs à haute fréquence sont plus performants que les estimateurs utilisant seulement des données journalières.
- $\delta^2_{Zhou}$  n'est pas un bon estimateur puisque sa variance est très grande (pour tous les (k)).
- $\delta^2_{Zhou-LC}[K = 4]$  est un estimateur avec une petite variance, mais la probabilité d'obtenir des valeurs négatives avec des données empiriques est très large.
- Filtre +  $\delta^2_{Zhou-LC}[K = 4]$  (ou nk=2) est un estimateur efficient, avec une probabilité assez petite d'obtenir des valeurs négatives en utilisant des données empiriques. En outre, l'estimateur Zhou corrige dans le dernier retard le manque de spécification du filtre incohérent.
- Filtre +  $\delta^2_{QV}[1d, k = 4]$  est efficient et positif. D'un autre coté cet estimateur n'a pas corrigé le manque de spécification du filtre incohérent et la valeur optimale de (k) peut changer avec le processus de simulation utilisé.

## Conclusion

Les limites que présentent la volatilité calculée à partir des données journalières aussi bien que les considérations statistiques simples suggèrent fortement l'utilisation des données à haute fréquence à fin d'obtenir des estimations et par la suite des prévisions exactes de la volatilité.

En fait, la volatilité du marché financier est clairement prévue. Le débat concerne la manière par laquelle ces prévisions peuvent être exactes et à quel point les changements de la volatilité peuvent être prévus. Cette conclusion ne viole pas l'efficacité du marché puisque la prévision exacte de la volatilité n'est pas en conflit avec le fait que les prix des options et des actifs sous-jacents soient corrects. La volatilité implicite étant une prévision de la volatilité basée sur le marché est considérée contenir plus d'information sur la volatilité future.

La suprématie entre les modèles des séries historiques temporelles dépend du type de l'actif à modéliser. Mais, en règle générale, les méthodes de la volatilité historique fonctionnent également bien par comparaison avec les modèles très sophistiqués de la classe ARCH et ceux de la volatilité stochastique. Finalement, la modélisation continuera à rester un sujet spécifique et à être rigoureusement étudié. En fait, les implications d'une meilleure mesure de la volatilité et de sa prévision restent loin d'être cernées.

## **REFERENCES**

## References

- 1) Alford A.W. and J.R Boatsman (1995) : « Predicting long –term stock return volatility: Implications for accounting and valuation of equity derivatives», *Accounting Review*, 70,4, 599-618.
- 2) Andersen et al, (2001a) Andersen, T.G., Diebold, F.X., and Labys,P.(2001a): «Great realizations.risk », *International Economic Review* 13:105-108.
- 3) Andersen, T., and Bollerslev, T. (1998) :«Answering the skeptics: yes, standard volatility models do provide accurate forecasts», *International Economic Review*,39,4, 885-905.4.
- 4) Andersen T.G., T. Bollerslev and S. Lange (1999) «Forecasting financial market volatility: Sample frequency vis-à-vis forecast horizon», *Journal of Empirical Finance*, 6, 5, 457-477.
- 5) Andersen T.G.T. Bollerslev, F.X. Diebold and II. Ebens (2001):«the distribution of realized stock return volatility», *Journal of financial Economics*, 61, 1, 43-76.
- 6) Andesen T.G., T.Bollerslev, F.X. Diebold and P. Labys (2001) « the distribution of realized exchange rate volatility», *Journal of American Statistical Association*, 96, 453, 42-57, March.
- 7) Andesen T.G. and B. E. Sorensen (1997) :«GMM and QML asymptotic standard deviations in stochastic volatility models», *Journal of Econometrics*, 76,397-403.
- 8) Andrews and Monahan, 1992] Andrews, D.W.K. and Monahan, J.C (1992). «An improved heteroskedasticity and autocorrelation consistent covariance matrix estimator». *Econometrica*, 60 (4):953-66
- 9) Baillie R.T. and T. Bollerslev (1989) :«The message in daily exchange rates: a conditional-variance tale», *Journal of Business and Economic Statistics*, 7, 3, 297-305.
- 10) Ballie R.T., Bollerslev and II.O.Mikkelsen (1996) « Fractionally integrated generalized autoregressive conditional heteroskedasticity», *Journal of Econometrics*,74,1 ,3-30.
- 11) Ball C.A. and W.N. Torous (1984):«The Maximum Likelihood Estimation of Security Price Volatility: Theory, Evidence and Application to Option Pricing», *Journal of Business*, 57, 1, 97-113.
- 12) Bera A.K. and M.L. Higgins (1993) :«ARCH models: properties, estimation and testing», *Journal of Economic Surveys*, 7, 4, 305-365.
- 13) Black F. and m. Scholes (1973) :« The pricing of options and corporate liabilities», *Journal of political Economy*, 81, 637-654, May/June.
- 14) Blair B., S-II Poon and S.J. Taylor (2001) :« Forecasting S & P 100 volatility: The incremental information content of implied volatilities and high frequency index returns»,

*Journal of Econometrics*, 105, 5-26.

15) Bollerslev.T, Litvinova .J, Tauchen.G (2004) :« volatility Asymmetry in High Frequency Data», *Working paper* P.P. 1-47.

16) Bollerslev T. (1987) :«A conditionally heteroskedasticity time series model for speculative prices and rates of return», *Review of Economics and Statistics*,69,3, 542-547.

17) Boulerslev T., R.Y. Chouy and K.P. Krner (1992):«ARCI modelling in Finance: a review of the theory and empirical evidence», *Journal of Econometrics*, 52, 5-59.

18) Boulerslev T., R.F. Engle and D.B. Nelson (1994):«ARCI models, in Engle R.F. and D.L McFadden» *Ed. Handbook of Econometrics, Volume IV, Amsterdam: North Holland*, pp. 2959-3038.

19) BoulerslevT. And E.Ghysels (1996):«Periodic autoregressive conditional heteroskedasticity», *Journal of business and Economic Statistics*, 14, 2, 139-151.

20) Boulerslev T. and II. O. Mikkelsen (1996):«Modeling and pricing long memory in stock market volatility», *Journal of Econometrics*, 73, 1, 151-184.

21) Brown S. (1990):«Estimating volatility, in Figlewski S., W. L. Silber, and M.G. Subrahmanyam ed. *Financial options: from theory to practice*», Chicago: Irwin.

22) Chong Y. Y. and D. F. Hendry, (1986):«Econometric evaluation of linear macroeconomic models »*Review of economics Studies*, 53, 671-690.

23) Christensen B. J. and N. R. Parabhala (1998):«The relation between implied and realized volatility», *Journal of Financial Economics*, 50, 2, 125-150.

24) Corsi et al., 2001, Corsi, F, Zumbach, G., Muller, U.A., and Docorogna, M. (2001). :«Consistent high- precision volatility from high-frequency data. » *Economic Notes*, 30(2):183-204.

25) Danielsson J. (1994):« Stochastic volatility in asset prices: Estimation with simulated maximum likelihood», *Journal of Econometrics*, 64, 375-400.

26) Day T.E. and C.M. Lewis (1992):« Stock market volatility and the information content of Stock index options», *Journal of Econometrics*, 52, 267-287.

27) Diebold F.X (1988):«Empirical Modelling of exchange rate dynamics, » Springer Verlag, New York.

28) Diebold F.X., A.Hickman, A. Inoue and T. Schuermann (1998) :« Scale Models», *Risk Magazine*, 11, 104-107.

29) Diebold F.X. and J.A. Lopez (1995):« Modelling volatility dynamics, » in Hoover K. ed. *Macroeconomics: developments, tensions and prospects*, pp. 427-466.

30) Diebold F.X. and R.S. Mariano (1995):« Comparing predictive accuracy», *Journal of*

*Economic Statistics*, 13, 253-263.

31) Ding Z., C.W.J. Granger and R.F. Engle (1993):« A long memory property of stock market returns and a new model», *Journal of Empirical Finance*, 1, 83-106.

32) Drost F.C. and T.E. Nijman (1993):« Temporal aggregation of GARCH process», *Econometrica*, 61, 4, 909-927.

33) Duffi D. and K.J. Singleton (1993):«Simulated moment's estimation of Markov models of asset prices», *Econometrica*, 61, 909-952.

34) Durbin J. and S.J. Koopman (2000):« Time series analysis of non-Gaussian observations based on state space models from both classical and Bayesian perspectives», *Journal of Royal Statistical Society Series*, 62, 1, 3-56.

35) Ederington L. II. And W. Guan (2000a):« forecasting volatility», *working paper, university of Oklahoma*.

36) Ederington L. II. And W. Guan (2000b):« Measuring implied volatility: Is an average better? » *Working paper, University of Oklahoma*.

37) Engel (1982):«Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation», *Econometrica*, 50, 4, 987-1007.

38) Engel R.F. (1993):«statistical models for financial volatility», *Financial Analysts Journal*, January/February, 49, 1, 72-78.

39) Fair R.C. and R.J. Shiller (1989):« The informational content of ex ante forecasts» *Review of Economics and Statistics*, May, 71, 2, 325-332.

40) Fair R.C. and R.J. Shiller (1990):«comparing information in forecasts from econometric models», *American Economic Review*, June, 80, 3, 375-380.

41) Figlewski S. (1997):«Forecasting volatility», *Financial Markets, Institutions and Instruments, New York University Salomon Center*, 6, 1, 1-88.

42) Figlewski S. and T.C. Green (1999):« Market risk and model risk for a financial institution writing option», *Journal of Finance*, 54, 4, 1465-1999.

43) Fleming j., C. Kirby and B. ostdiek (2000):« The economic value of volatility timing» *Journal of Finance*, 56, 1.

44) Fleming j., C. Kirby and B. ostdiek (2002):« The economic value of volatility timing using realized volatility», *Journal of Financial Economics*, Forthcoming.

45) Franke G. Stapleton R.C., M.G. Subrahmanyam (1998):« Who Sells Options: The Role of Options in an Economy with Background Risk», *Journal of Economic Theory*, 82, 1, 89-109(21).

46) Franses P.II. and D. van Dijk (2000) :« non-Linear Time Series Models in Empirical

Finance», Cambridge University Press.

47) Fridman M. and L. Harris (1998):« A maximum likelihood approach for non Gaussian stochastic volatility models», *Journal of Business and Economic Statistics*, 16, 284-291.

48) Fung W.K.II. and D.A. Hsieh (1991) :«Empirical Analysis of Implied volatility: Stocks, Bonds and Currencies», *Working paper*, Department of Finance, Fuqua School of Business.

49) Garman M.B. and M.J. Klass (1980) :« On the estimation of security price volatilities from historical data», *Journal of Business*, 53, 1, 67-78.

50) Glosten L.R., R Jagannathan and D.E. Runkle (1993):« On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks», *Journal of Finance*, 48, 1779-1801.

51) Granger C.W.R. (1999):«Empirical modelling in Economics. Specification and evaluation». Cambridge University Press.

52) Granger C.W.J., Z. Ding and S. Spear (2000) :«Stylized facts on the temporal and distributional properties of absolute returns: An update», *Working paper*, University of California, San Diego.

53) Gary S.F. (1996) :« Modelling the conditional distribution of interest rates as a regime switching process, » *Journal of Financial Economics*, 42, 1, 27-62.

54) Harvey A.C., E. Ruiz and N. Shephard (1994):«Multivariate Stochastic variance models», *Review of Economic Studies*, 61, 247-264.

55) Harvey C.R. and R.E. Whaley (1992):« Market volatility prediction and the efficiency of the S&P100 Index option market, » *Journal of Financial Economics*, 31, 1, 43-74.

56) Lieston S.L. (1993) :« A Closed Solution For Options With Stochastic Volatility, With Application to Bond and Currency Options», *Review of Financial Studies*, 6, 2, 327-343.

57) Hull J. and A. White (1987):«The pricing of options on assets with stochastic volatilities», *Journal of finance*, 42, 2, 281-300.

58) Hwang S. and S. Satchell (1998) :«Implied volatility forecasting: a comparison of different procedures including fractionally integrated models with applications to UK equity option», Ch7, 193-225, in knight J. and S Satchell ed. *Forecasting Volatility in the Financial Markets*, Butterworth.

59) Jacquier E., N.G. Polson and P.E. Rossi (1994):« Bayesian analysis of stochastic volatility models: reply», *Journal of Business and Economic Statistics*, 12, 4, 413-417.

60) Karolyi G.A. (1993):«A Bayesian approach to modelling stock return volatility and option valuation», *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 28, 4, 579-595.

- 61) Kim S, N. Shephard and S. Chib (1998):« Stochastic volatility: Likelihood inference and comparison with ARCH models», *Review of Economic Studies*, 65, 224, 361-393.
- 62) Klaassen F. (1998):« Improving GARCH volatility forecasts, Forthcoming in *Empirical Economics*».
- 63) Koutmos. G (2001):«Testing for feedback trading in index futures: a dynamic approach» *Working paper* P.P. 1-43.
- 64) Kroner K.F. (1996):« Creating and using volatility forecasts», *Derivatives Quarterly*, 3, 2, 39-53.
- 65) Lopez J.A. (2001):« Evaluating the predictive accuracy of volatility models», *Journal of Forecasting*, 20, 2, 87-109.
- 66) Markowitz H..M. (1991) :« portfolio Selection», Blackwell publisher.
- 67) Mayhew S. (1995):« Implied volatility», *Financial Analyst Journal*, 51, 8-20.
- 68) Moody and Wu, (1997) Moody, J. and Wu, L. (1997). : «What is the true price? – State space models for high-frequency FX rates».
- 69) Moody and Wu, (1998) Moody, J. and Wu, L. (1998):«High frequency foreign exchange rates: price behavior analysis and “true price” models».
- 70) Nelson D.B (1991) :« Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach», *Econometrica*, 59, 2, 347-370.
- 71) Nelson D.B (1992):« Filtering and forecasting with misspecified ARCH models I: getting the right variance with the model», *Journal of Econometrica*, 52, 61-90.
- 72) Pagan A.R. and G.W. Schwert (1990):« Alternative models for conditional models for conditional stock volatility», *Journal of Econometrica*, 45, 1-2,267-290.
- 73) Parkinson M. (1980):«The extreme value method for estimating the variance of the rates of return», *Journal of Business*, 53, 61-65.
- 74) Pitt M.J. and N. Shephard (1997):« Likelihood analysis of non-Gaussian measurement time series», *Biometrika*, 84, 653-667.
- 75) Perry P.R. (1982) :«The time-variance relationship of security returns: implications for the return-generating stochastic process», *Journal of Finance*, 37, 857-870.
- 76) Poon, Granger] (2001):« Forecasting volatility in Financial Markets A review» (*Working paper* p.p 1-43).
- 77) Poon, Granger] (2002):« Forecasting volatility in Financial Markets» A review (*working paper* p.p. 1-57)
- 78) Poon S. and S.J. Taylor (1992):« Stock returns and stock market volatilities», *Journal of Banking and Finance*, 16, 37-59.

- 79) Richter M.C, Sorensen.C (2002):« Stochastic volatility and Seasonality in commodity futures and options: the case of Soybeans » (*Working paper* P.P. 1-43).
- 80) Singleton K. (2001):«Estimation of affine asset pricing models using the empirical characteristic function», *Journal of Econometrics*, 102, 111-141.
- 81) Susmel.R (1999):«Switching volatility in international equity markets». *Working paper* P.P. 1-43.
- 82) Theil H. (1966):«Applied Economic Forecasting», North-Holland, Amsterdam.
- 83) Thomakos D.D, Wang.T, Wille.W.T (2002):« Modeling daily realised futures volatility with singular spectrum analysis». (*Physica A* pp505-519)
- 84) West K.D. (1996):«Asymptotic inference about predictive ability», *Econometrica*, 64, 1067-1084.
- 85) West K.D. and D. Cho (1995):«The predictive ability of several models of exchange volatility», *Journal of international Economics*, 69, 2, 367-391.
- 86) West K.D., II.J. Edition and D. Cho (1993):« A utility based comparison of some methods of exchange rate volatility», *Journal of international Economics*, 35, 1-2, 23-45.
- 87) West K.D.and .M McCracken (1998):«Regression based tests of predictive ability», *International Economic Review*, 39,817-840.
- 89) Wiggins J.B. (1987):« Option values under stochastic volatility: Theory and empirical estimates», *Journal of Financial Economics*, 19,351-372.
- 90) Zhou, (1996) Zhou, B. (1996). :«High frequency data and volatility in foreign exchange rates. *Journal of business & economic Statistics*, 14 (1): 45-52.
- 91) Zumbach, Lorsi, and Traplette] (2002). :« Efficient Estimation of volatility using High Frequency Data ». *Workin*

**CHAPITRE 3**  
**L'IMPACT DES ANNONCEMENTS MACROECONOMIQUES : UN**  
**ESSAI D'INVESTIGATION EMPIRIQUE**

## Chapitre 3

### L'impact des annonces macroéconomiques : un essai d'investigation empirique

Il est bien connu que les marchés financiers sont largement influencés par les informations publiquement disponibles. Plusieurs études ont étudié l'impact de ces dernières sur les marchés à terme. Harvey et Huang (1991) ont montré une plus grande volatilité américaine-européenne et américaine-japonaise des taux de change suite aux annonces des news. Ils stipulent que la volatilité est élevée pendant les heures d'ouverture des mercredis et des vendredis et qu'elle est due à la publication des données macroéconomiques américaines.

Ederington et Lee (1993) ont montré à leur tour que la volatilité intraday des marchés à terme qu'ils ont étudié est affectée par les annonces mensuelles programmées relatives à des données macroéconomiques. Ils ont remarqué que la volatilité s'élève fortement pendant les cinq minutes suivantes ces annonces, puis s'affaiblit progressivement pendant les dix et quinze minutes qui suivent et demeurent malgré ceci élevée que celle où il n'y a pas des annonces.

Toutes ces études se sont intéressées à l'analyse de l'impact des news sur les contrats à terme sur les taux de change. Nous allons étudier dans ce cadre l'impact des annonces macroéconomiques sur les contrats à terme sur le Brent, un actif qui ne cesse de jouir d'une importance croissante dans les transactions financières. Nous allons appliquer pour cette fin le modèle d'ajustement partiel des prix d'Amihud et Mendelson (1987) sur un échantillon qui comporte des contrats à terme sur le Brent dont l'étude de leurs caractéristiques fera l'objet de la première section. Nous présenterons en outre, le modèle d'Amihud et Mendelson (1987) ainsi que les spécificités de quelques variables macroéconomiques américaines. Nous allons analyser ces données dans la deuxième section. La troisième section quant à elle, elle sera consacrée à la présentation et à l'analyse des résultats de l'estimation du modèle d'Amihud et Mendelson (1987).

#### 1. Méthodologie

##### 1.1. Modèle estimé : Le modèle d'ajustement partiel des prix

Le modèle suivant est celui d'Amihud et Mendelson (1987) :

$$P_t - P_{t-1} = g(V_t - P_{t-1}) + e_t \text{ Avec } e_t \square \text{i.i.d.}(0, \sigma^2), \quad (3.1)$$

$$V_t = V_{t-1} + \varepsilon_t \text{ Avec } \varepsilon_t \square \text{i.i.d.}(0, v^2) \quad (3.2)$$

$V_t$  et  $P_t$  sont des valeurs logarithmiques,  $V_t$  représente la valeur des variables macroéconomiques et  $P_t$  le prix de transaction des contrats à terme pendant le temps  $t$ . La variable aléatoire  $e_t$  est indépendante de  $\varepsilon_t$ . Cette dernière représente le choc des « news » et  $e_t$  capte le bruit de l'échange, la discrétion des prix les spreads « bid-ask ». Le paramètre  $g$  est le coefficient d'ajustement des prix et il  $\in$  à l'intervalle  $(0,2)$ , tout en considérant que les rendements sont stationnaires. Lorsque  $g=1$ , les prix de transaction s'ajustent aux valeurs des variables macroéconomiques instantanément ; lorsque  $0 < g < 1$ , dans ce cas nous sommes en présence d'un ajustement retardé ; et si  $1 < g < 2$  le marché sur-réagit aux chocs des « news ». Dans le cas spécial où  $g=0$ , les prix de transaction suivent une marche aléatoire.

En réarrangeant (3.1) et (3.2) et en utilisant  $R_t = P_t - P_{t-1}$  on obtient :

$$R_t = g\varepsilon_t + (1-g)R_{t-1} + e_t - e_{t-1} \quad (3.3)$$

$$\text{Var}(R_t) = (g/(2-g))v^2 + (2/(2-g))\sigma^2 \quad (3.4)$$

$$\text{corr}(R_t, R_{t-1}) = ((1-g)gv^2 - g\sigma^2)/(gv^2 + 2\sigma^2) \quad (3.5)$$

## 1.2. Les hypothèses

**H1** : lorsque le marché est efficient  $g=1$ ,

$$-1/2 < \text{corr}(R_t, R_{t-1}) < 0 \quad (3.6)$$

L'autocorrélation négative est induite par le bruit et les frictions des transactions. Plus importante est la variance des variables macroéconomiques ( $v^2$ ), plus proche de zéro devient la  $\text{corr}(R_t, R_{t-1})$ . D'autre part, si les frictions des transactions deviennent plus grandes ( $\sigma^2$ ), la  $\text{corr}(R_t, R_{t-1})$  devient moins importante.

**H2** : lorsque le marché sur-réagit  $1 < g < 2$ ,

$$-1 < \text{corr}(R_t, R_{t-1}) < (\sigma^2)/(v^2 + 2\sigma^2) \quad (3.7)$$

L'instabilité des mouvements des prix n'est causée uniquement par le bruit et les frictions du marché mais aussi par la réaction des différents participants au marché face aux chocs des « news ». en d'autres termes la sur-réaction des prix peut renforcer l'autocorrélation négative. Ainsi,  $\text{corr}(R_t, R_{t-1})$  est négativement corrélée avec  $v^2$  et  $\sigma^2$ .

**H3** : lorsque le marché réagit avec un retard :

$$-1/2 < (-\sigma^2)/(1-g) < \text{corr}(R_t, R_{t-1}) \quad (3.8)$$

$$(3.9)$$

et lorsque  $v^2 \gg \sigma^2 / (1 - g)$ ,  $corr(R_t, R_{t-1}) \geq 0$

Ceci montre que la corr est positive seulement si choc des news est assez important et le marché s'ajuste aux news avec un retard. La  $corr(R_t, R_{t-1})$  est positivement corrélée avec  $v^2$  et négativement avec  $\sigma^2$ .

### **1.3. Structure du marché et données**

#### **1.3.1. Structure du marché**

Les marchés à terme sont centralisés dans des locaux physiques. La méthode de transaction utilisée est celle des ventes aux enchères. Le temps et les échanges sont enregistrer par les reporters qui sont localisés dans des endroits spécifiques à chaque catégorie d'échange. Ils reportent le temps et le prix de la transaction, les cotations bid, ask et ce lorsque le prix est différent de celui qui le précède.

#### **1.3.2. Les données**

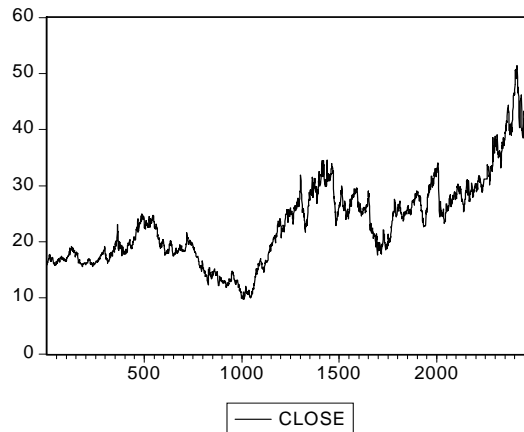
Notre étude porte sur un contrat à terme sur le Brent dont l'échéance est d' un mois. En fait le Brent est le produit énergétique le plus échangé au niveau international et la division du NYMEX(New York Mercantile Exchange) relative aux contrats futures sur le Brent qui est la forme la plus liquide concernant le volume de l'échange sur une commodité physique. Le contrat est utilisé comme une principale référence internationale grâce à sa liquidité élevée et la transparence de ses prix.

Il a comme unité d'échange un baril et il exige des marges sur chaque position ouverte.

Nos données portent aussi sur quatre variables macroéconomiques à savoir l'indice des prix à la consommation ,l'indice de la production industrielle , le taux de chômage et le déficit de la balance des paiements. Ces variables ont une fréquence mensuelle dont la période d'étude concerne l'intervalle du temps débutant de 1994 jusqu'à 2005.

## 2. Résultats préliminaires

### 2.1. Analyse de la série des prix de clôture



L'analyse graphique de l'évolution des prix de fermeture des contrats à terme sur le Brent montrent qu'ils sont marqués par un degré élevé de volatilité. Ainsi, notre série apparaît donc non stationnaire. Notre période d'étude qui s'étale de 1994 jusqu'à 2005 peut être décomposée en deux sous période dont la première présente une volatilité moyennement élevée. En effet, l'évolution des contrats à terme sur le Brent pour la période allant de 1994 jusqu'à 2003 se caractérise par une certaine stabilité.

Le prix de l'actif sous jacent pour cette période a dépassé légèrement les 30\$ se qui reste conforme à la fourchette fixée par l'OPEP. Néanmoins, ceci ne nie pas l'existence de quelques tendances à la hausse ou à la baisse qui peuvent être expliquées par l'absence de la gestion des quotas par l'OPEP et par l'existence de stocks de réserve importants auprès des principaux pays consommateurs du pétrole. En outre, les attentats du 11 septembre était un fait marquant de cette période qui a influencé les cours du pétrole.

Quant à la deuxième période qui englobe les années 2004 et 2005 elle a été caractérisée par de fortes fluctuations des prix des contrats à terme qui a atteint plus que 50 \$. Ces fluctuations sont dus à plusieurs facteurs explicatifs. La dépréciation du dollar, particulièrement vis à vis de l'euro, constitue un élément clé dans les décisions d'augmentation ou de réduction des quotas de production des quotas de production de l'OPEP afin d'atteindre son objectif du prix du baril. En effet, les exportations des pays de l'OPEP sont libellées en dollar et leurs importations proviennent majoritairement des zones euro et yen. La dévaluation du dollar par

rapport à l'euro et au yen impact directement leur économie et les incite à maintenir leur pouvoir d'achat par un prix du pétrole élevé.

Outre la dépréciation du dollar une analyse des perspectives concernant la demande pétrolière mondiale et les capacités de production demeure primordiale. Le nouveau paradigme du marché pétrolier réside donc essentiellement dans la capacité crédible de l'OPEP au cours des prochaines années à maintenir une certaine constance du prix du brut. Les années 2004 et 2005 ont connues une croissance record de la demande mondiale du pétrole. Le prix du pétrole tient en fait compte de l'augmentation de la demande des grandes économies mondiales dont la demande de la chine semble insatiable. Les hausses modestes attendues de la production russe et des autres producteurs non-OPEP quant à elle ne semblent pas de nature à réduire la part du marché de l'OPEP et à affaiblir son pouvoir. Ainsi, et même avec l'hypothèse où la croissance de la demande mondiale subirait un ralentissement, la faiblesse des capacités de production excédentaires, dans les pays exportateurs de l'OPEP comme dans le secteur du raffinage dans les pays consommateurs, devrait permettre à l'OPEP de gérer les quotas de production plus facilement qu'au cours des années 90.

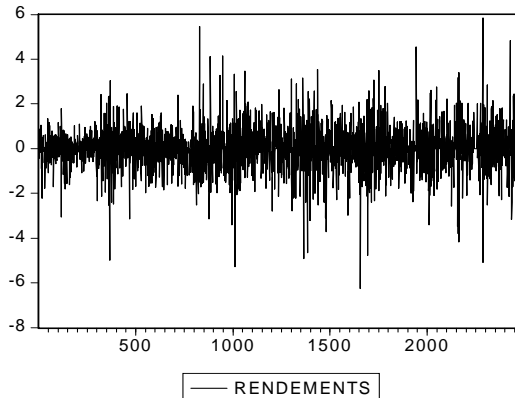
Un autre facteur explicatif sont les perspectives de développement des capacités de production des pays de l'OPEP et de raffinage mondiales qui restent insuffisantes pour restaurer le niveau des excédentaires qui ont caractérisé les années 80 et 90. Sauf récession économique mondiale majeure, les surcapacités qui ont contribué à la stabilité et à la modération des prix ont définitivement disparues. Cette situation restera inchangée tant qu'il n'y a pas les investissements nécessaires.

Le niveau des stocks du brut et des produits raffinés dans les pays consommateurs est actuellement plus confortable qu'en 2004 mais il reste faible par rapport aux valeurs observées depuis environ 15 ans. La rigueur de la fin de cet hiver aux Etats-Unis comme en Europe a réduit la constitution saisonnière des stocks. La situation sur le plan géopolitique, quant à elle bien qu'apaisée sur les six derniers mois, conserve un potentiel important de perturbation des flux pétroliers : incertitude concernant le statut des provinces pétrolières du nord de l'Irak, menaces récurrentes de grèves au Nigeria, menace terroristes au Qatar, tensions diplomatiques relatives au développement de la filière nucléaire en Iran. Tout ceci a en fait incité à intégrer une prime de risque plus élevée dans les prix du pétrole et par la suite sur les cours des contrats à terme.

## 2.2. Analyse des rendements

Dans la littérature financière, la modélisation porte sur les rendements logarithmiques. En effet, le passage au logarithme est justifié par la symétrie du rendement logarithmique, en comparaison avec le rendement simple. Nous allons analyser les rendements logarithmiques des prix de clôture des contrats à terme sur le brent.

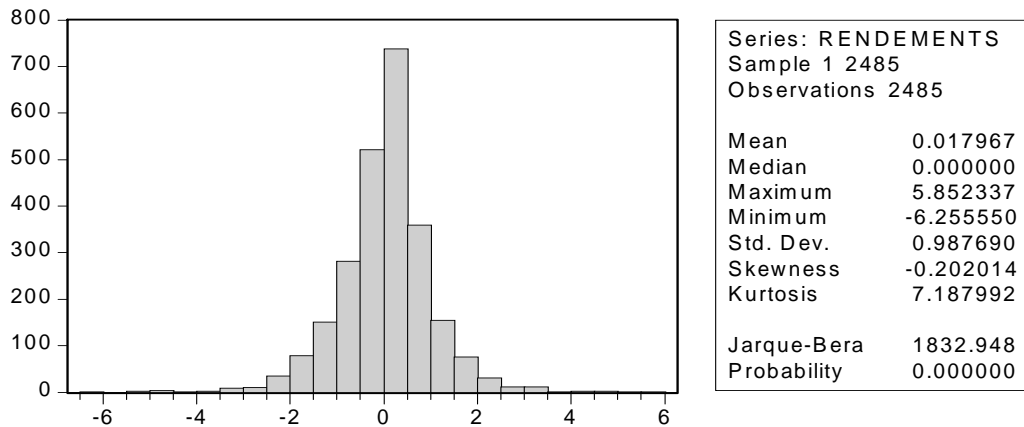
### 2.2.1. Analyse graphique



Cette figure, représente l'évolution des rendements des prix des contrats à terme sur le pétrole, indique que cette série est volatile. De plus nous observons des regroupements de la volatilité : les fortes variations ont tendances à être suivies par de fortes variations et les faibles variations par de faibles variations. Une première constatation est que la série n'est pas constante, elle suggère qu'un processus ARCH pourrait être adapté à la modélisation de cette série.

### 2.2.2. Analyse descriptive

Nous rappelons ici que pour une loi normale, le Skewness (S) est nulle et que le Kurtosis (K) est supérieur à 3, cette loi étant caractérisée par une symétrie par rapport à la moyenne, ainsi, que par la faible probabilité des points extrêmes. Le test de normalité de Jarque et Béra est basé sur les coefficients d'aplatissement et de symétrie.



L'analyse descriptive des rendements logarithmiques des prix de fermeture des contrats à terme montre que cette série empirique diverge des caractéristiques de la loi normale puisque le coefficient d'asymétrie est différent de zéro et le coefficient d'aplatissement est supérieur à 3. Cette divergence de la loi normale peut être expliquée par l'existence des chocs. Comme nous l'avons déjà constaté à travers l'histogramme et les tests de normalité, les rendements se caractérisent par une asymétrie. De ce fait, nous étions amenés à rejeter l'hypothèse de linéarité (gaussianité), ce qui peut être un indicateur d'une non linéarité. Ceci nous oriente vers l'estimation d'un modèle non linéaire et plus particulièrement un modèle de type ARCH.

### 2.2.3. Etude de la stationnarité

#### 2.2.3.1. Test de Dickey et Fuller [1979, 1981]

Les statistiques de Dickey-Fuller [1979, 1981] ont pour objet de tester l'hypothèse nulle de processus non stationnaire contre l'hypothèse alternative de processus stationnaires. Leur intérêt est de nous renseigner sur la nécessité de différencier la série étudiée.

Dickey-Fuller [1979, 1981] ont dérivé les estimateurs de moindres carrés ordinaires ainsi que les statistiques de Student des coefficients estimés dans les différents modèles afin de faciliter l'application du test. On estime, en partie, que les modèles (1), (2) et (3) sont sous la forme suivante :

$$\begin{array}{lll} \Delta y_t = \phi y_{t-1} + \varepsilon_t & \phi = \rho - 1 & \text{Modèle(1)} \\ \Delta y_t = \mu + \phi y_{t-1} + \varepsilon_t & \phi = \rho - 1 & \text{Modèle(2)} \\ \Delta y_t = \mu + \beta t + \phi y_{t-1} + \varepsilon_t & \phi = \rho - 1 & \text{Modèle(3)} \end{array}$$

Et l'on teste l'hypothèse nulle  $\phi = 0$  (non stationnarité) contre l'hypothèse alternative  $\phi < 0$  (stationnaire).

### 2.2.3.2. Test de Dickey-Fuller Augmenté

Dans les modèles précédents utilisés pour les tests de Dickey et Fuller, le processus  $\varepsilon_t$  est par hypothèse un bruit blanc. Or il n'y a aucune raison pour qu'a priori, l'erreur soit non corrélée : on appelle test de Dickey-Fuller augmenté (ADF[1981]) la prise en compte de cette hypothèse. On estime alors les modèles suivants :

$$\Delta y_t = \phi y_{t-1} + \sum_{j=1}^{\ell} \phi_j \Delta y_{t-1} + \varepsilon_t \quad \text{Modèle(4)}$$

$$\Delta y_t = \mu + \phi y_{t-1} + \sum_{j=1}^{\ell} \phi_j \Delta y_{t-1} + \varepsilon_t \quad \text{Modèle(5)}$$

$$\Delta y_t = \mu + \beta t + \phi y_{t-1} + \sum_{j=1}^{\ell} \phi_j \Delta y_{t-1} + \varepsilon_t \quad \text{Modèle(6)}$$

Les distributions des estimateurs de ces trois modèles sont identiques à celles du modèle (1), (2) et(3). Il convient de choisir le nombre de retard ( $\ell$ ) dans les modèles ci-dessus de sorte à « blanchir » les résidus. Il n'y a pas des règles universelles pour la détermination de( $\ell$ ) et l'on doit procéder série par série.

Le test ADF permet de mettre en évidence le caractère stationnaire d'une série chronique tout en tenant compte de la corrélation des erreurs.

Tableau(3.1)

Test ADF

Série des rendements	Statistiques	coefficients
	T statistique	-35.84207
	AIC	2.814687
	SC	2.819373
	Log likelihood	-3492.434

*Source: TPS Eviews4.0*

Le t test(  $t_{\phi} = -35.84207$  )est inférieur aux valeurs critiques indiquées dans le tableau (1) en annexe ce qui nous conduit à conclure que les rendements sont stationnaires quel que soit le seuil de 1à 10%.

### 2.2.3.3. Test de Philips Perron

Le test de Philips et Perron constitue un prolongement du test (ADF). Ce test est construit sur une correction des statistiques de Dickey-Fuller pour prendre en compte des erreurs hétéroscédastiques. Ce test est construit sur une correction non paramétrique d'autocorrélation des erreurs de la statistique de Dickey-Fuller pour prendre en compte l'hétéroscédasticité et l'autocorrélation des erreurs.

Les modèles sur lesquels le test de Philips Perron est appliqué sont identiques à ceux utilisés par le test de Dickey-Fuller. Par ailleurs, les distributions asymptotiques des statistiques des tests de Philips Perron et de Dickey-Fuller sont identiques, il suffit de se référer aux tables de valeurs critiques de Dickey-Fuller.

Tableau (3.2)

Test de PP

Série des rendements	Statistiques	Coefficients
	T statistique	-50.78139
	AIC	2.813668
	SC	2.816010
	Log MV	-3493.576

*Source : TPS Eviews4.0*

Le test PP confirme le résultat de stationnarité indiqué par le test ADF puisque la valeur du t statistique est inférieure aux valeurs critiques indiquées par le tableau (2).

#### 2.2.4. Modélisation ARMA

Les rendements logarithmiques des prix de clôture des contrats à terme sur le pétrole, ne sont pas une marche aléatoire, nous allons présenter la modélisation ARMA (p, q) de la série de ces rendements. L'estimation par la méthode des moindres carrés ordinaire donne les résultats suivants :

Tableau (3.3)

Estimation des paramètres du modèle ARMA (1,1)

Statistiques	coefficients	t
AR	0.839918	4.511416
MA	-0.853293	-4.767826
Log MV	-3492.985	-
AIC	2.813998	-
SC	2.818682	-

*Source: TPS Eviews4.0*

#### 2.2.5 Diagnostique des résidus ARMA

L'analyse des résidus ARMA montre que ces derniers ne sont pas corrélés d'ordre un (test de Ljung-box  $Q(34)$  n'est pas significatif). Cependant, ils ne sont pas indépendants, puisqu'ils existent des corrélations du second ordre (test de Ljung-box  $Q^2(34)$  est significatif) pour cette série de rendements. Les résidus présentent également les propriétés d'excès de Kurtosis, traduit par une forte occurrence des valeurs extrêmes et une asymétrie (Skewness inférieure à

\* Le choix du nombre de retard, a été fait sur la base de différentes lectures. Pour un échantillon de taille au voisinage de 1500, nous prenons un retard de  $K=36$ , corrigés du biais, en réduisant le nombre de degrés de libertés  $K=36-(p+q)$  et  $p=q=1$ , d'où  $K=34$ .

zéro), traduisant une distribution plus étalée vers la gauche. Nous remarquons ainsi que les résidus ne sont pas gaussiens. Ces caractéristiques sont semblables à celle des rendements.

Tableau (3.4)

Tests sur les résidus issus de la modélisation ARMA (1,1)

Statistiques	coefficients
Kurtosis	7.163793
Skewness	-0.198020
Test Jarque-Bera	1810.803
$Q(34)$	36.199
$Q^2(34)$	125.40

*Source :TPS Eviews4.0*

Le test de Ljung-box des résidus carrés montre un regroupement de la volatilité, ce qui indique la présence d'hétéroscédasticité dans les résidus. Ceci est confirmé par le test LM, qui détecte la présence d'effet ARCH (tableau (4)).

### 2.2.6. Modélisation ARCH des rendements des contrats à terme

Engle (1982) a développé les modèles ARCH, afin de permettre à la variance d'une série de dépendre de l'ensemble de l'information disponible dans le temps. Par cette formulation, le modèle ARCH, permet de prendre en compte le regroupement de la volatilité, une caractéristique dominante des séries d'actifs. Le modèle ARCH a fait l'objet de plusieurs développements, dont les principales sont la généralisation au modèle GARCH (p, q) de Bollerslev(1986), le modèle GARCH exponentielle EGARCH de Nelson(1990). Ces modèles ont été largement utilisés dans la finance et l'économétrie financière, pour la modélisation de la volatilité du second degré, comme en témoigne les panoramas rapportés dans les travaux de Bollerslev, Chou et Kroner(1992) et les études comparatives d'Anderson et Bollerslev (1998) et Hansen et Lunde (2001). Tous ces modèles ont été présentés au niveau du deuxième chapitre.

L'objet de cette sous-section est d'analyser le comportement de la volatilité de la série des rendements des contrats à terme à fréquence journalière, sur la période allant d'octobre 2004 à février 2005. Comme nous l'avons déjà indiqué précédemment la série des rendements des contrats à terme présente une volatilité qui n'est pas constante, cette constatation suggère qu'un processus de type ARCH pourrait être adapté à la modélisation de cette série. Pour tenir compte de cet effet ARCH, nous allons estimer l'équation de la variance. Trois estimations ont été effectuées.

.Un processus AR(p) – ARCH(q).

.Un processus AR(p) – GARCH(q).

.Un processus AR(p) – EGARCH(q).

Le résultat présent dans les tableaux (5),(6) et(7) à l’annexe, montrent que le coefficient de la variance est significativement différent de zéro et positif. En conséquence, le coefficient vérifie la contrainte assurant la positivité de la variance conditionnelle. Le modèle ARCH (q) est donc un modèle candidat à la représentation de la variance conditionnelle. En se basant sur les critères de (AIC et SC) notre modèle retenu est un modèle ARCH (1). En se basant sur le corrélogramme de la série des rendements nous constatons à travers l’autocorrélation partielle(figure non reportée) que ces rendements sont corrélés d’ordre un. L’observation du tableau (6) nous permet de constater que le coefficient de l’équation de la variance est significatif et positif. En conséquence le modèle GARCH (1,1) reste un modèle candidat. Par ailleurs, nous noterons que la somme des coefficients ARCH (1) et GARCH (1,1) est très proche de 1.

Bien que les modèles ARCH et GARCH, permettent le regroupement de la volatilité :les fortes variations sont suivies par de fortes variations de mêmes signes ou de signes opposés, et les faibles variations sont suivies par de faibles variations de mêmes signes ou de signes opposés, ils souffrent du comportement symétrique vis-à-vis des chocs positifs et négatifs. Cependant, une autre caractéristique des rendements des actifs financiers, est que l’effet des chocs négatifs sur la volatilité, est plus important, que celui des mêmes chocs, mais de signe positif. Pour répondre à cet handicap, les théoriciens ont introduit d’autres spécifications de la variance conditionnelle, tel que le modèle EGARCH (tableau (7)) (Nelson 1991).

Nous allons tenter de faire une analyse comparative entre les trois modèles que nous venons de présenter a fin de choisir le modèle adéquat à représenter les rendements des contrats à terme sur le Brent.

Tableau(3.5)

Choix du modèle candidat de représenter les rendements

	ARCH(1)	GARCH(1,1)	EGARCH(1,1)
Log likelihood	-3401.672	-3396.054	-3404.994
Akaike	2.804669	2.737564	2.735567
Schwartz	2.797642	2.746932	2.010540

*Source: TPS Eviews 4.0*

Le choix entre ces processus peut s’effectuer au moyen des critères de comparaison des modèles. Le résultat de la comparaison nous conduit à retenir la représentation EGARCH (1,1).

## 2.3. Analyse des variables macroéconomiques

### 2.3.1. Choix des variables

Il est bien connu que les marchés financiers sont largement influencés par les informations publiquement disponibles. Nous allons étudier à cet égard, les spécificités de quatre variables macroéconomiques relatives aux Etats-Unis. L'annonce de ces variables porte sur des fréquences mensuelles. Ces variables ont une relation avec l'investissement ; une variable primordiale pour les marchés financiers. Une augmentation de l'indice des prix à la consommation pourra avoir comme source l'augmentation de la consommation des produits énergétiques. En outre une augmentation de l'indice de la production industrielle pourra inclure une augmentation de la production des produits de raffinage des produits pétroliers par exemple, surtout suite aux dernières variations qu'a connu le prix du pétrole et indiquera en outre une augmentation de la consommation des produits énergétiques dans l'industrie. Certes, l'annonce d'un taux de chômage plus faible aura un effet positif sur les marchés financiers car il est lié aux taux d'investissement. Quant au déficit de la balance des paiements, l'annonce d'un déficit plus important reflétera par exemple des importations plus importantes dues à l'augmentation du prix du pétrole, ce qui se répercutera sur les préférences des investisseurs et par la suite sur les cours financiers.

Ces variables macroéconomiques influencent les prix des contrats à terme sur le pétrole. Nous allons essayer dans ce qui suit d'explicitier leurs impacts sur ces contrats.

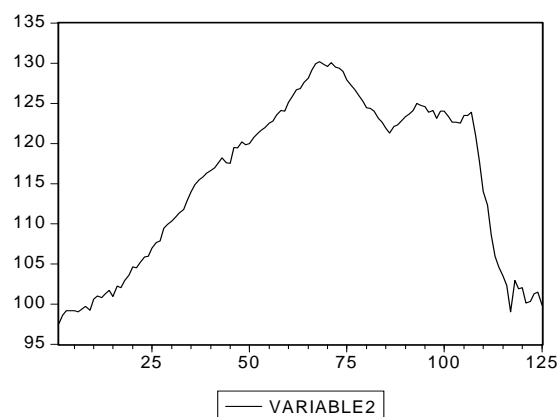
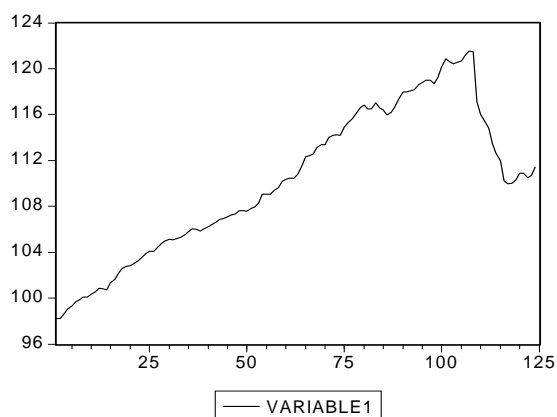
Variable1: indice des prix à la consommation.

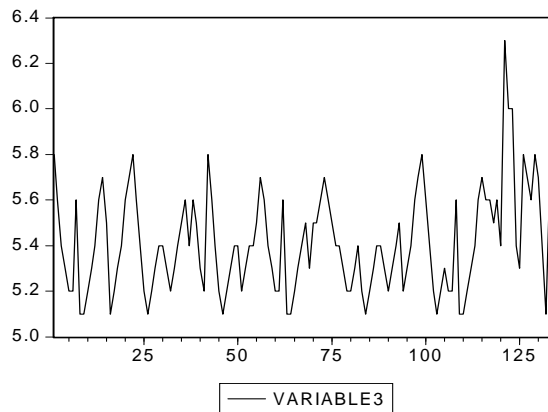
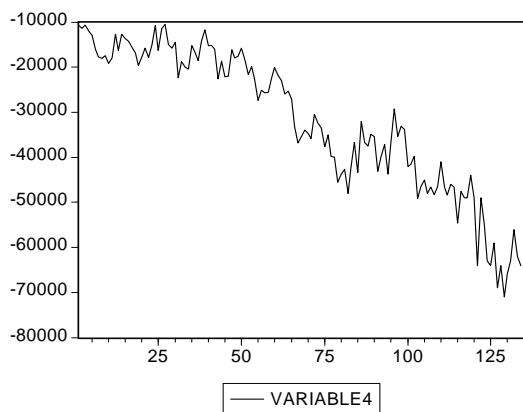
Variable2 : indice de la production industrielle.

Variable3 : taux de chômage.

Variable4 : déficit de la balance des paiements.

### 2.3.2. Analyse des variables

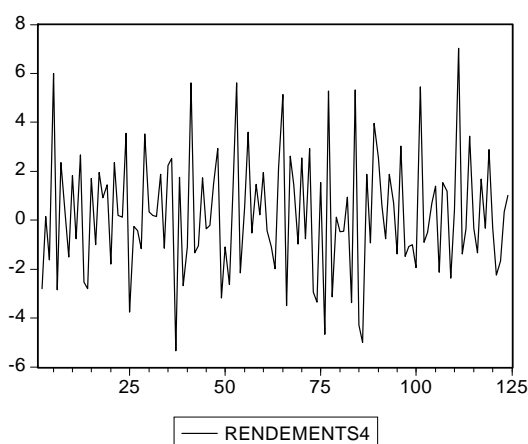
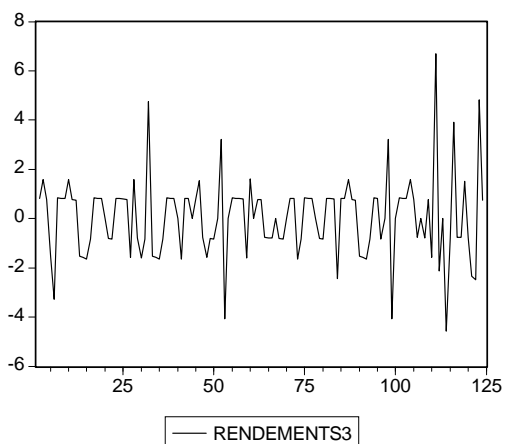
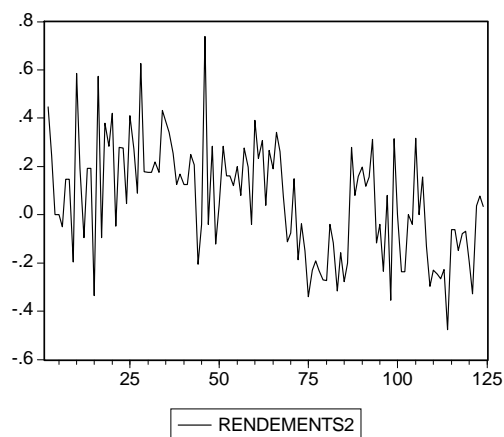
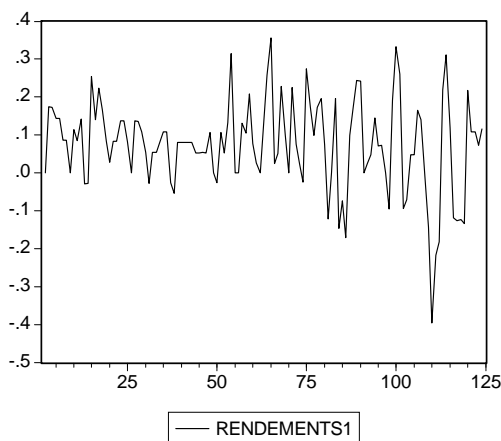




Visuellement les quatre variables macroéconomiques ne sont pas stationnaires en moyenne, puisqu'ils présentent des paliers de tendance. En effet la politique monétaire des Etats-Unis ne cesse de changer ainsi que la conjoncture mondiale internationale dont l'influence sur les cours du pétrole est nettement claire.

### 2.3.3 Analyse des rendements

#### 2.3.3.1 Analyse graphique



L'analyse graphique des rendements des variables macroéconomiques montre que les séries ces derniers sont volatiles. Une première constatation est que ces séries ne sont pas constantes, elles présentent des regroupements de la volatilité « *volatility clustering* ». Ce caractère peut signaler une divergence de la loi normale.

### 2.3.3.2. Etude de la stationnarité

Nous allons tester la stationnarité des rendements des variables macroéconomiques à l'aide le test de Dickey-Fuller augmenté.

Tableau (3.6)

Résultats test ADF

	rendements1	rendements2	rendements3	rendements4
t statistique	-7.778114	-2.583852	-9.64323	-7.018831
Akaïke	1.546925	-0.300909	3.79446	4.55112
Schwartz	1.593137	-0.207490	3.840658	4.620799
Log likelihood	-91.58899	21.90408	-227.5640	-270.0667

*Source: TPS Eviews 4.0*

Le test ADF montre que les rendements des quatre variables macroéconomiques sont stationnaires puisque leurs (t) statistiques sont inférieurs à leurs valeurs critiques.

## 3. Estimation du modèle et résultats

### 3.1. Résultats de l'estimation

Les quatre séries des variables macroéconomiques et la série des prix des contrats à terme sont non stationnaires. Avant de procéder à l'estimation nous avons différencié ces séries a fin de les rendre stationnaires. En appliquant le modèle d'Amihud et Mendelson(1987) sur les prix des contrats à terme sur le pétrole et en essayant d'étudier l'impact de l'annonce des variables macroéconomiques sur ces prix nous avons obtenu les résultats suivants :

Tableau(3.7)

Résultat de l'estimation du modèle

Statistiques	variable1	variable2	variable3	variable4
g	0.834629	0.625631	0.799712	0.260536
AIC	6.347315	6.411808	6.370546	6.518689
SC	6.370420	6.439414	6.393652	6.541795
Log likelihood	-383.0125	-386.9144	-384.4180	-393.3807
Durbin-Watson	2.636389	2.773711	2.671365	3.020220

*Source : TPS Eviews 4.0*

### 3.2. Analyse des résultats

Nous pouvons bien remarquer que les quatre coefficients d'ajustement partiel des prix sont compris entre(0 ,1). Ainsi et selon les hypothèses du modèle d'Amihud et

Mendelson(1987) les prix des contrats à terme réagissent avec retard suite à l'annonce des variables macroéconomiques. Nous pouvons aussi remarquer que ces prix s'ajustent le plus rapidement suite aux annonces relatives à l'indice des à la consommation et au chômage et qu'ils s'ajustent avec un degré moins important suite aux annonces relatives à l'indice de la production industrielle et à la balance des paiements.

## **Conclusion**

On a testé l'impact de quatre variables macroéconomiques à savoir l'indice des prix à la consommation, l'indice de la production industrielle, le taux de chômage et le déficit de la balance des paiements sur la dynamique des prix des contrats à terme sur le pétrole. Le résultat le plus important c'est que le marché à terme réagit avec retard suite aux chocs relatifs à ces variables. Ce marché semble permettre aux spéculateurs « to make the market ». en effet, chaque participant au marché connaît le moment où les annonces importantes seront réalisées. Ceci leur permet en fait de réagir avec retard.

## **ANNEXES**

## Annexes

Tableau(1)

Test ADF : rendements

ADF Test Statistic	-35.84207	1% Critical Value*	-2.5666	
		5% Critical Value	-1.9395	
		10% Critical Value	-1.6157	
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
RENDEMENTS(-1)	-1.027571	0.028669	-35.84207	0.0000
D(RENDEMENTS(-1))	0.008102	0.020079	0.403492	0.6866
R-squared	0.509547	Mean dependent var	0.000304	
Adjusted R-squared	0.509349	S.D. dependent var	1.410598	
S.E. of regression	0.988074	Akaike info criterion	2.814687	
Sum squared resid	2422.177	Schwarz criterion	2.819373	
Log likelihood	-3492.434	Durbin-Watson stat	1.999104	

Source: TPS Eviews4.0

Tableau (2)

Test PP :rendements

PP Test Statistic	-50.78139	1% Critical Value*	-2.5666	
		5% Critical Value	-1.9395	
		10% Critical Value	-1.6157	
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
RENDEMENTS(-1)	-1.019154	0.020069	-50.78124	0.0000
R-squared	0.509457	Mean dependent var	0.000235	
Adjusted R-squared	0.509457	S.D. dependent var	1.410318	
S.E. of regression	0.987770	Akaike info criterion	2.813668	
Sum squared resid	2422.636	Schwarz criterion	2.816010	
Log likelihood	-3493.576	Durbin-Watson stat	1.999817	

Source: TPS Eviews4.0

Tableau(3)

Estimation des paramètres du modèle ARMA

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	0.839918	0.186176	4.511416	0.0000
MA(1)	-0.853293	0.178969	-4.767826	0.0000
R-squared	0.000521	Mean dependent var	0.017690	
Adjusted R-squared	0.000119	S.D. dependent var	0.987792	
S.E. of regression	0.987734	Akaike info criterion	2.813998	
Sum squared resid	2421.484	Schwarz criterion	2.818682	
Log likelihood	-3492.985	Durbin-Watson stat	2.012367	
Inverted AR Roots	.84			
Inverted MA Roots	.85			

Source :TPS Eviews4.0

Tableau(4)

Test ARCH sur les résidus issus de la modélisation ARMA(1,1)

ARCH Test:

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.857271	0.051941	16.50462	0.0000
RESID^2(-1)	0.121029	0.019928	6.073183	0.0000
R-squared	0.014649	Mean dependent var		0.975223
Adjusted R-squared	0.014251	S.D. dependent var		2.417766
S.E. of regression	2.400476	Akaike info criterion		4.590016
Sum squared resid	14296.23	Schwarz criterion		4.594702
Log likelihood	-5696.505	F-statistic		36.88355
Durbin-Watson stat	2.005749	Prob(F-statistic)		0.000000

*Source :TPS Eviews4.0*

Tableau(5)

Estimation de AR-ARCH(1)

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
AR(1)	-0.000391	0.022674	-0.017250	0.9862
Variance Equation				
C	0.889197	0.016481	53.95381	0.0000
ARCH(1)	0.083198	0.012854	6.472292	0.0000
R-squared	-0.000306	Mean dependent var		0.017690
Adjusted R-squared	-0.001112	S.D. dependent var		0.987792
S.E. of regression	0.988342	Akaike info criterion		2.797642
Sum squared resid	2423.489	Schwarz criterion		2.804669
Log likelihood	-3471.672	Durbin-Watson stat		2.037021
Inverted AR Roots	-0.00			

*Source TPS Eviews 4.0*

Tableau(6)

Estimation de AR-GARCH(1,1)

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
AR(1)	-0.012182	0.020673	-0.589277	0.5557
Variance Equation				
C	0.018968	0.003363	5.640179	0.0000
ARCH(1)	0.053308	0.004382	12.16477	0.0000
GARCH(1)	0.929453	0.006419	144.7946	0.0000
R-squared	-0.000003	Mean dependent var		0.017690
Adjusted R-squared	-0.001212	S.D. dependent var		0.987792
S.E. of regression	0.988391	Akaike info criterion		2.737564
Sum squared resid	2422.754	Schwarz criterion		2.746932
Log likelihood	-3396.054	Durbin-Watson stat		2.013642
Inverted AR Roots	-0.01			

*Source TPS Eviews 4.0*

Tableau (7)

Estimation de AR-EGARCH(1,1)

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
AR(1)	-0.013746	0.018590	-0.739443	0.4596
Variance Equation				
C	-0.081024	0.005189	-15.61564	0.0000
RES /SQR[GARCH](1)	0.111847	0.006969	16.05033	0.0000
RES/SQR[GARCH](1)	0.000192	0.005140	0.037431	0.9701
EGARCH(1)	0.974366	0.003999	243.6282	0.0000
R-squared	0.000017	Mean dependent var		0.017690
Adjusted R-squared	-0.001597	S.D. dependent var		0.987792
S.E. of regression	0.988581	Akaike info criterion		2.745567
Sum squared resid	2422.707	Schwarz criterion		2.757277
Log likelihood	-3404.994	Durbin-Watson stat		2.010540
Inverted AR Roots	-0.1			

*Source TPS Eviews 4.0*

Tableau(8)

Test ADF:variable1

ADF Test Statistic	-7.778114	1% Critical Value*	-2.5827	
		5% Critical Value	-1.9426	
		10% Critical Value	-1.6171	
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
RENDEMENTS1(-1)	-0.983423	0.126435	-7.778114	0.0000
D(RENDEMENTS1(-1))	0.034840	0.091684	0.380006	0.7046
R-squared	0.475435	Mean dependent var		0.000827
Adjusted R-squared	0.471027	S.D. dependent var		0.715150
S.E. of regression	0.520133	Akaike info criterion		1.546925
Sum squared resid	32.19403	Schwarz criterion		1.593137
Log likelihood	-91.58899	Durbin-Watson stat		2.002432

*Source TPS Eviews 4.0*

Tableau(9)

Test ADF: variable2

ADF Test Statistic	-2.583852	1% Critical Value*	-2.5830
		5% Critical Value	-1.9426
		10% Critical Value	-1.6171

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
RENDEMENTS2(-1)	-0.268000	0.103721	-2.583852	0.0110
D(RENDEMENTS2(-1))	-0.640295	0.119117	-5.375332	0.0000
D(RENDEMENTS2(-2))	-0.340389	0.119628	-2.845397	0.0053
D(RENDEMENTS2(-3))	-0.081914	0.092077	-0.889633	0.3755
R-squared	0.469691	Mean dependent var	0.000282	
Adjusted R-squared	0.455857	S.D. dependent var	0.277582	
S.E. of regression	0.204761	Akaike info criterion	-0.300909	
Sum squared resid	4.821623	Schwarz criterion	-0.207493	
Log likelihood	21.90408	Durbin-Watson stat	2.009107	

Source TPS Eviews 4.0

Tableau(10)

test ADF: variable3

ADF Test Statistic	-9.643231	1% Critical Value*	-2.5827
		5% Critical Value	-1.9426
		10% Critical Value	-1.6171

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
RENDEMENTS3(-1)	-1.326581	0.137566	-9.643231	0.0000
D(RENDEMENTS3(-1))	0.189418	0.093333	2.029484	0.0446
R-squared	0.573338	Mean dependent var	-0.006811	
Adjusted R-squared	0.569753	S.D. dependent var	2.439485	
S.E. of regression	1.600137	Akaike info criterion	3.794446	
Sum squared resid	304.6922	Schwarz criterion	3.840658	
Log likelihood	-227.5640	Durbin-Watson stat	2.103743	

Source TPS Eviews 4.0

Tableau(11)

Test ADF : rendements4

ADF Test Statistic	-7.018831	1% Critical Value*	-2.5828	
		5% Critical Value	-1.9426	
		10% Critical Value	-1.6171	
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
RENDEMENTS4(-1)	-1.444535	0.205809	-7.018831	0.0000
D(RENDEMENTS4(-1))	0.062718	0.156426	0.400941	0.6892
D(RENDEMENTS4(-2))	-0.082067	0.091538	-0.896536	0.3718
R-squared	0.681126	Mean dependent var	0.021967	
Adjusted R-squared	0.675675	S.D. dependent var	4.084836	
S.E. of regression	2.326293	Akaike info criterion	4.551112	
Sum squared resid	633.1620	Schwarz criterion	4.620799	
Log likelihood	-270.0667	Durbin-Watson stat	1.881668	

*Source TPS Eviews 4.0*

Tableau(12)

Résultat estimation du modèle: variable1

$$RM=C(1)*R1+(1-C(1))*RM(-1)+R-R(-1)$$

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.834629	0.150545	5.544055	0.0000
R-squared	-1.681703	Mean dependent var	0.345953	
Adjusted R-squared	-1.681703	S.D. dependent var	3.516189	
S.E. of regression	5.758078	Akaike info criterion	6.347315	
Sum squared resid	3978.656	Schwarz criterion	6.370420	
Log likelihood	-383.0125	Durbin-Watson stat	2.636389	

Tableau(13)

Résultat estimation du modèle: variable2

$$RM=C(1)*R3+(1-C(1))*RM(-1)+R2-R2(-1)$$

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.625631	0.135405	4.620443	0.0000
R-squared	-1.860354	Mean dependent var	0.345953	
Adjusted R-squared	-1.860354	S.D. dependent var	3.516189	
S.E. of regression	5.946783	Akaike info criterion	6.411808	
Sum squared resid	4243.708	Schwarz criterion	6.434914	
Log likelihood	-386.9144	Durbin-Watson stat	2.773711	

Tableau(14)

Résultat estimation du modèle: variable3

$$RM=C(1)*R5+(1-C(1))*RM(-1)+R4-R4(-1)$$

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.799712	0.150828	5.302159	0.0000
R-squared	-1.744733	Mean dependent var		0.345953
Adjusted R-squared	-1.744733	S.D. dependent var		3.516189
S.E. of regression	5.825352	Akaike info criterion		6.370546
Sum squared resid	4072.168	Schwarz criterion		6.393652
Log likelihood	-384.4180	Durbin-Watson stat		2.671365

Tableau(15)

Résultat estimation du modèle: variable4

$$RM=C(1)*R7+(1-C(1))*RM(-1)+R6-R6(-1)$$

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	0.260536	0.095464	2.729147	0.0073
R-squared	-2.183008	Mean dependent var		0.345953
Adjusted R-squared	-2.183008	S.D. dependent var		3.516189
S.E. of regression	6.273227	Akaike info criterion		6.518689
Sum squared resid	4722.405	Schwarz criterion		6.541795
Log likelihood	-393.3807	Durbin-Watson stat		3.020220

## **REFERENCES**

## References

- 1) Amihud, Y, and Mendelson,H.(1987): « Trading mechanisms and stock return: an empirical investigation », *The journal of finance*, vol.42, No.3, 533-553.
- 2) Bollerslev T. (1987) :«A conditionally heteroskedasticity time series model for speculative prices and rates of return», *Review of Economics and Statistics*, 69,3, 542-547.
- 3) Boulerslev T., R.Y. Chouy and K.P. Krner (1992) :«ARCIH modelling in Finance: a review of the theory and empirical evidence», *Journal of Econometrics*, 52, 5-59.
- 4) Nelson D.B (1991):« Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach», *Econometrica*, 59, 2, 347-370.
- 5) Edrington,L.H,and Lee,J.H.(1993): «How markets process information:news release and volatility », *The journal of finance*, vol.48, No.4, 1161-1191.
- 6) Nelson D.B (1991):« Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach», *Econometrica*, 59, 2, 347-370.
- 7) Nelson D.B (1992):« Filtrng and forecasting with misspecified ARCIH models I: getting the right variance with the model», *Journal of Econometrica*, 52, 61-90.

### Autres references:

Leng. H(1996) : « The intraday price dynamics of foreign exchange futures market », Thèse de doctorat.

[www.nymex.com](http://www.nymex.com)

## **CONCLUSION GENERALE**

## Conclusion générale

La prévision de la volatilité des marchés financiers est une tâche importante qui a occupé l'attention des théoriciens et des praticiens pendant les deux dernières décennies. En effet un grand nombre de travaux se sont intéressés à l'étude de la performance prédictive des divers modèles de la volatilité alors que quelques études seulement étaient écrites sur le sujet de la modélisation de la volatilité sans introduire le sujet de la prévision. Cette recherche au sujet de la volatilité reflète l'importance de cette variable dans l'investissement, l'évaluation des actifs, la gestion. C'est dans ce cadre que s'inscrivent les marchés des produits dérivés et plus spécifiquement le marché des contrats à terme sur le pétrole qui ne cesse de connaître une volatilité de plus en plus difficile à prévenir.

Il est bien connu que les marchés financiers sont largement influencés par les informations publiquement disponibles. Plusieurs études ont étudié l'impact de ces dernières sur les marchés à terme. Nous avons testé dans ce cadre d'étude l'impact de quatre variables macroéconomiques à savoir l'indice des prix à la consommation, l'indice de la production industrielle, le taux de chômage et le déficit de la balance des paiements sur la dynamique des prix des contrats à terme sur le pétrole. Le résultat le plus important c'est que le marché à terme réagit avec retard suite aux chocs relatifs à ces variables. Ce marché semble permettre aux spéculateurs « to make the market ».

En effet, chaque participant au marché connaît le moment où les annonces importantes seront réalisées. Ceci leur permet en fait de réagir avec retard. Les ajustements des politiques monétaires auront ainsi un rôle primordial dans la sécurisation et la stabilisation des marchés financiers.

La situation sur le plan géopolitique, quant à elle, bien qu'apaisée sur les six derniers mois, conserve un potentiel important de perturbation des flux pétroliers : incertitude concernant le statut des provinces pétrolières du nord de l'Irak, menaces récurrentes de grèves au Nigeria,

menace terroristes au Qatar , tensions diplomatiques relatives au développement de la filière nucléaire en Iran. Tout ceci a en fait incité à intégrer une prime de risque plus élevée dans les prix du pétrole et par la suite a influencé les cours des contrats à terme. L'impact et l'analyse des perspectives de ces facteurs géopolitiques pourraient faire l'objet d'autres études.